

Computação Quântica

Aula 02

Murilo V. G. da Silva

DINF/UFPR

Relembrando: Axioma da Superposição

Axioma da Superposição:

Se um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$,

Relembrando: Axioma da Superposição

Axioma da Superposição:

Se um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$, **então o sistema pode estar em qualquer combinação linear dos estados**

Relembrando: Axioma da Superposição

Axioma da Superposição:

Se um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$, **então o sistema pode estar em qualquer combinação linear dos estados :**

Relembrando: Axioma da Superposição

Axioma da Superposição:

Se um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$, **então o sistema pode estar em qualquer combinação linear dos estados :**

$$\alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

Relembrando: Axioma da Superposição

Axioma da Superposição:

Se um sistema quântico que pode estar em k possíveis estados $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$, **então o sistema pode estar em qualquer combinação linear dos estados :**

$$\alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

$$\sum_{i=0}^k |\alpha_i|^2 = 1, \quad \alpha_i \in \mathbb{C}$$

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right) |3\rangle$$

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right) |3\rangle$$

- No exemplo 1, qual a probabilidade do sistema estar no estado $|0\rangle$?

Axioma da Superposição

Exemplo 1: para $k = 3$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |2\rangle$$

Exemplo 2: para $k = 4$, um possível estado do sistema seria:

$$\frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + \left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\right) |3\rangle$$

- No exemplo 1, qual a probabilidade do sistema estar no estado $|0\rangle$?
- No exemplo 2, qual a probabilidade do sistema estar no estado $|i\rangle$?
($i = 0, 1, 2, 3$)

Medindo o valor de um qubit

Medição

Suponha que um sistema quântico está no estado

$$\Psi = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

Medição

Suponha que um sistema quântico está no estado

$$\Psi = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

Quando medimos o sistema:

Medição

Suponha que um sistema quântico está no estado

$$\Psi = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

Quando medimos o sistema:

- O resultado é um dos k estados clássicos $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$

Medição

Suponha que um sistema quântico está no estado

$$\Psi = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

Quando medimos o sistema:

- O resultado é um dos k estados clássicos $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$
- O estado j é observado com probabilidade $|\alpha_j|^2$

Medição

Suponha que um sistema quântico está no estado

$$\Psi = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle + \dots + \alpha_{k-1} |k-1\rangle$$

Quando medimos o sistema:

- O resultado é um dos k estados clássicos $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |k-1\rangle$
- O estado j é observado com probabilidade $|\alpha_j|^2$
- O novo estado do sistema passa a ser $|j\rangle$

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

- O estado 0 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

- O estado 0 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |0\rangle$.

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

- O estado 0 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |0\rangle$.
- O estado 1 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

- O estado 0 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |0\rangle$.
- O estado 1 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |1\rangle$.

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

- O estado 0 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |0\rangle$.
- O estado 1 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |1\rangle$.
- O estado 2 não será observado

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

- O estado 0 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |0\rangle$.
- O estado 1 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |1\rangle$.
- O estado 2 não será observado
- O estado 3 é observado com probabilidade $\frac{1}{2}$

Medindo sistemas quânticos

Exemplo: $\Psi = \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + (\frac{1}{2} + \frac{i}{2}) |3\rangle$

Quando medimos o sistema:

- O estado 0 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |0\rangle$.
- O estado 1 é observado com probabilidade $\frac{1}{4}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |1\rangle$.
- O estado 2 não será observado
- O estado 3 é observado com probabilidade $\frac{1}{2}$
 - Neste caso, depois da medição o estado é $\Psi = |3\rangle$.

Vamos olhar um qubit do ponto de vista matemático, mais precisamente vamos olhar vetores do ponto de vista geométrico

Vamos olhar um qubit do ponto de vista matemático, mais precisamente vamos olhar vetores do ponto de vista geométrico

Interpretação geométrica de vetores

Seja $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$.

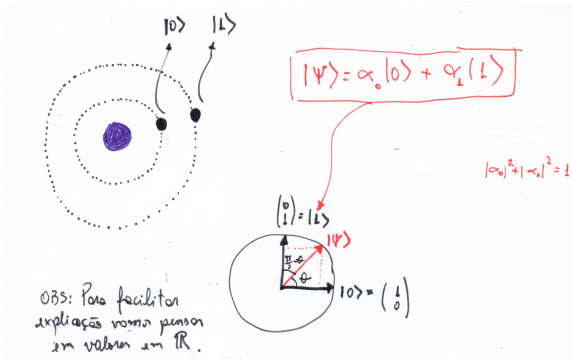
Vamos olhar um qubit do ponto de vista matemático, mais precisamente vamos olhar vetores do ponto de vista geométrico

Interpretação geométrica de vetores

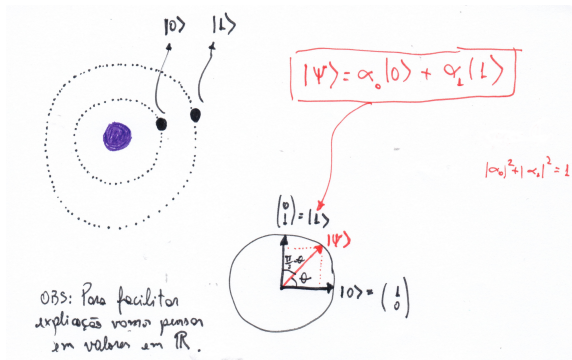
Seja $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$.

O que podemos dizer do vetor $|\Psi\rangle$ em relação aos vetores $|0\rangle$ e $|1\rangle$?

Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)

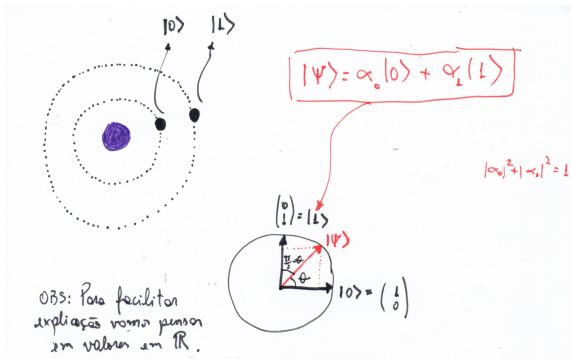


Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)

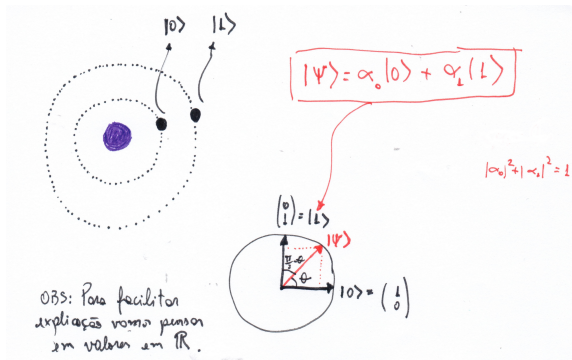


Para simplificar a visualização, no vetor $|\Psi\rangle$ acima estamos assumindo $\alpha_0, \alpha_1 \in \mathbb{R}$ (entretanto, observe que os valores podem ser também negativos).

Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)

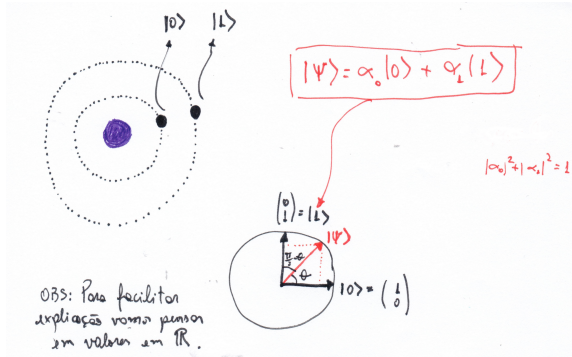


Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)



Pergunta: Qual o valor de α_0 e α_1 em função do ângulo θ ?

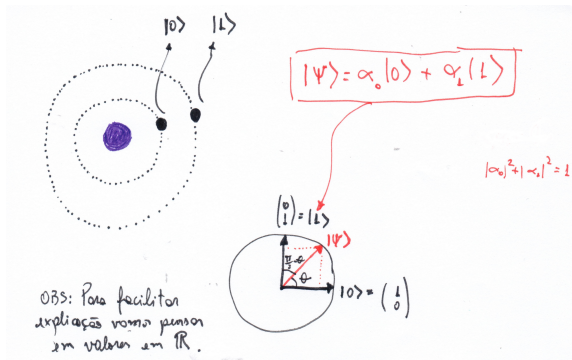
Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)



Pergunta: Qual o valor de α_0 e α_1 em função do ângulo θ ?

- $\alpha_0 = \cos \theta$ $\alpha_1 = \sin \theta$

Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)

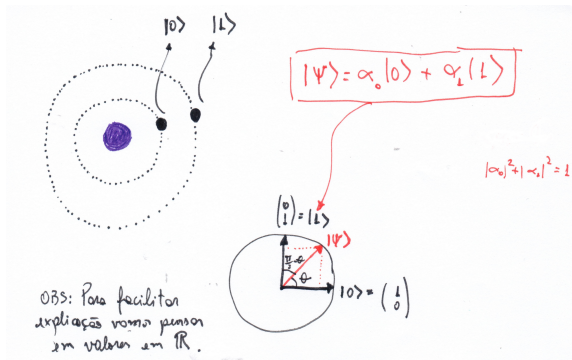


Pergunta: Qual o valor de α_0 e α_1 em função do ângulo θ ?

• $\alpha_0 = \cos \theta$ $\alpha_1 = \sin \theta$

Pergunta: se um qubit é descrito por Ψ , ao medirmos este qubit, qual é a probabilidade de se obter 0 e qual a probabilidade de se obter 1?

Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)



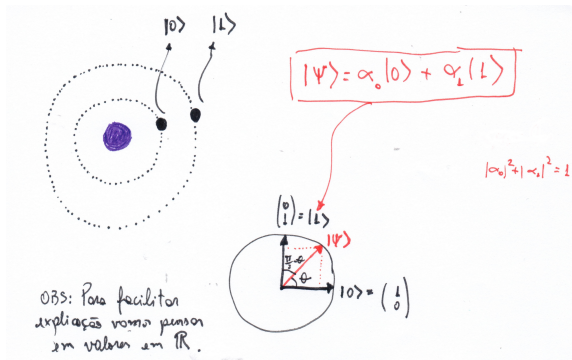
Pergunta: Qual o valor de α_0 e α_1 em função do ângulo θ ?

- $\alpha_0 = \cos \theta$ $\alpha_1 = \sin \theta$

Pergunta: se um qubit é descrito por Ψ , ao medirmos este qubit, qual é a probabilidade de se obter 0 e qual a probabilidade de se obter 1?

- $Pr[0] = |\alpha_0|^2$

Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)



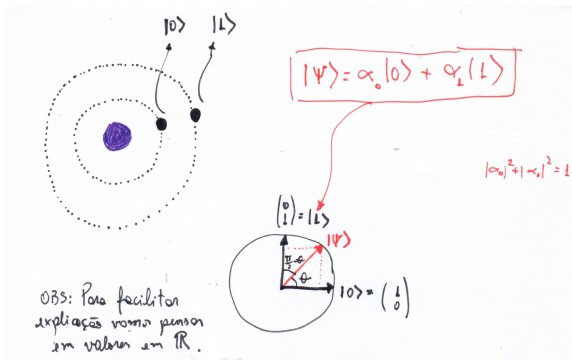
Pergunta: Qual o valor de α_0 e α_1 em função do ângulo θ ?

- $\alpha_0 = \cos \theta$ $\alpha_1 = \sin \theta$

Pergunta: se um qubit é descrito por Ψ , ao medirmos este qubit, qual é a probabilidade de se obter 0 e qual a probabilidade de se obter 1?

- $Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta$

Interpretação geométrica (no caso de amplitudes reais)



Pergunta: Qual o valor de α_0 e α_1 em função do ângulo θ ?

- $\alpha_0 = \cos \theta$ $\alpha_1 = \sin \theta$

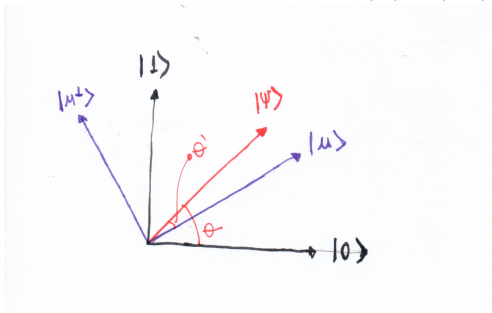
Pergunta: se um qubit é descrito por Ψ , ao medirmos este qubit, qual é a probabilidade de se obter 0 e qual a probabilidade de se obter 1?

- $Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta$ $Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta$

Medição em Base Arbitrária

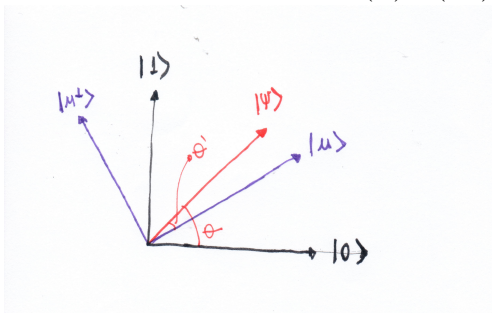
Digamos que $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

Note que $|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medição em Base Arbitrária

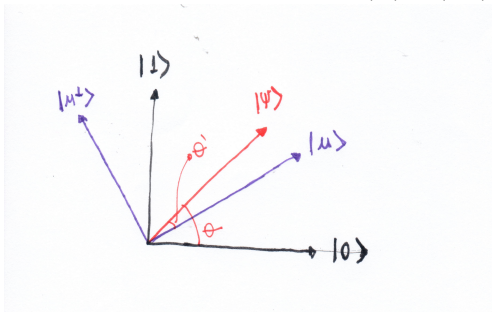
Digamos que $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ Note que $|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$

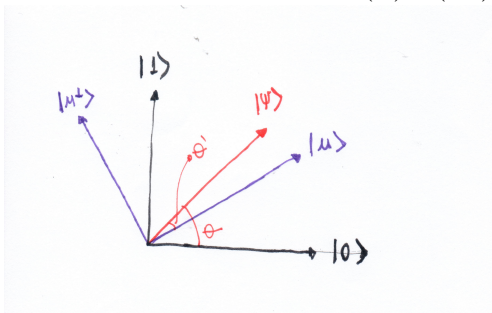


Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

• $Pr[0] =$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



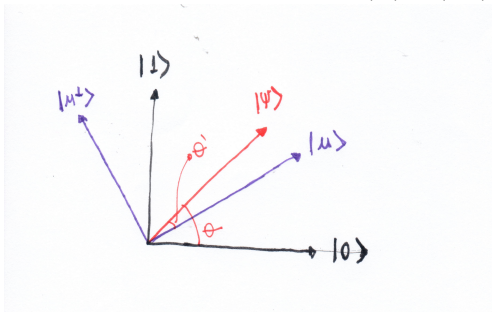
Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

- $Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$

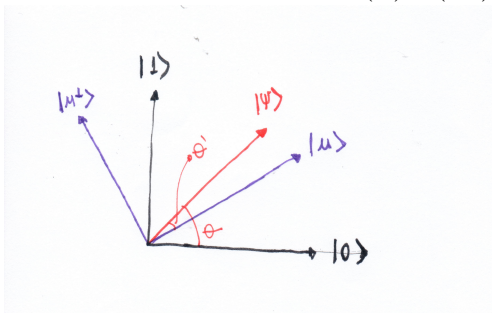


Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

• $Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta$ $Pr[1] =$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$

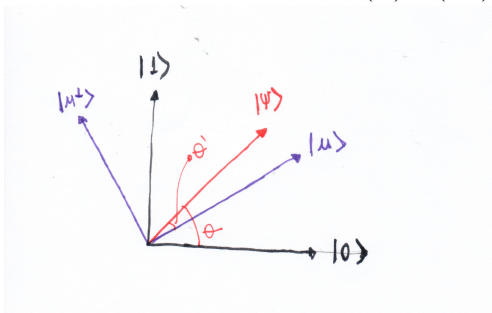


Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

● $Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta$ $Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

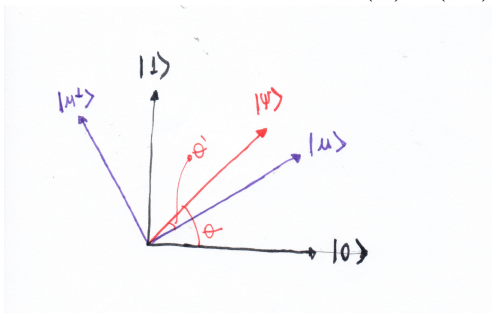
- $Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta$ $Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$

Importante:

- $Pr[0] = |(|\psi\rangle, |0\rangle)|^2$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

$$\bullet \quad Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta \quad Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

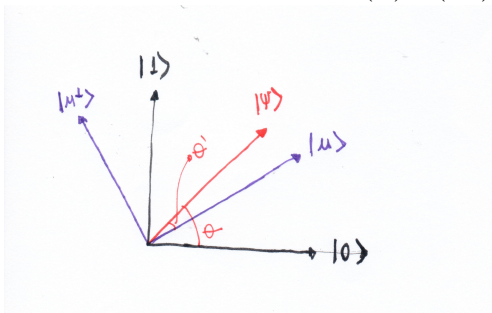
Importante:

$$\bullet \quad Pr[0] = |(|\psi\rangle, |0\rangle)|^2 \quad Pr[1] = |(|\psi\rangle, |1\rangle)|^2$$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

$$\bullet \quad Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta \quad Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

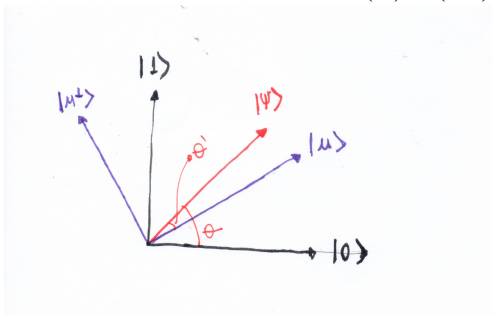
Importante:

$$\bullet \quad Pr[0] = |(|\psi\rangle, |0\rangle)|^2 \quad Pr[1] = |(|\psi\rangle, |1\rangle)|^2$$

Ignorando a interpretação física, se pudéssemos medir se o sistema está em u ou $u^\perp$, quais seriam as prob. de obtermos u ou $u^\perp$?

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$ Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

$$\bullet \quad Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta \quad Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

Importante:

$$\bullet \quad Pr[0] = |(|\psi\rangle, |0\rangle)|^2 \quad Pr[1] = |(|\psi\rangle, |1\rangle)|^2$$

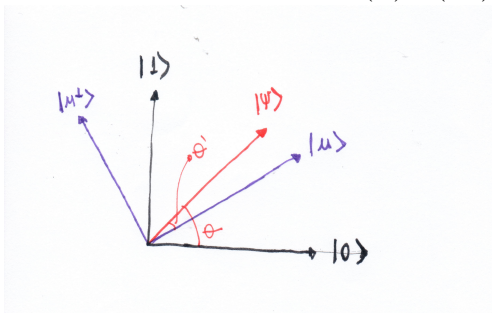
Ignorando a interpretação física, se pudéssemos medir se o sistema está em u ou $u^\perp$, quais seriam as prob. de obtermos u ou $u^\perp$?

$$\bullet \quad Pr[u] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta' \quad Pr[u^\perp] = |\alpha_1|^2 = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta')$$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

$$\bullet \quad Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta \quad Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

Importante:

$$\bullet \quad Pr[0] = |(|\psi\rangle, |0\rangle)|^2 \quad Pr[1] = |(|\psi\rangle, |1\rangle)|^2$$

Ignorando a interpretação física, se pudéssemos medir se o sistema está em u ou $u^\perp$, quais seriam as prob. de obtermos u ou $u^\perp$?

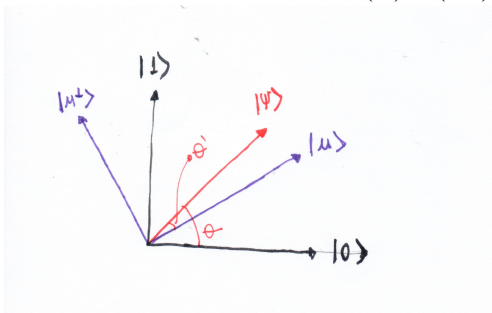
$$\bullet \quad Pr[u] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta' \quad Pr[u^\perp] = |\alpha_1|^2 = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta')$$

$$\bullet \quad Pr[u] = |(|\psi\rangle, |u\rangle)|^2 \quad Pr[u^\perp] = |(|\psi\rangle, |u^\perp\rangle)|^2$$

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

Note que $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) \end{pmatrix}$



Medindo se qubit está em 0 ou 1 (note que as probabilidades dependem de θ):

$$\bullet \Pr[0] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta \quad \Pr[1] = |\alpha_1|^2 = \sin^2 \theta = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

Importante:

$$\bullet \Pr[0] = |(|\psi\rangle, |0\rangle)|^2 \quad \Pr[1] = |(|\psi\rangle, |1\rangle)|^2$$

Ignorando a interpretação física, se pudéssemos medir se o sistema está em u ou $u^\perp$, quais seriam as prob. de obtermos u ou $u^\perp$?

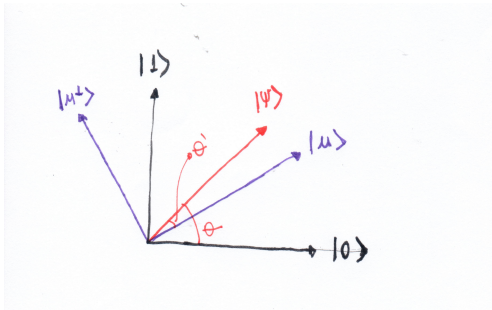
$$\bullet \Pr[u] = |\alpha_0|^2 = \cos^2 \theta' \quad \Pr[u^\perp] = |\alpha_1|^2 = \cos^2(\frac{\pi}{2} - \theta')$$

$$\bullet \Pr[u] = |(|\psi\rangle, |u\rangle)|^2 \quad \Pr[u^\perp] = |(|\psi\rangle, |u^\perp\rangle)|^2$$

O que quer dizer (fisicamente) "medir se o qubit está no estado u ou $u^\perp$ "?

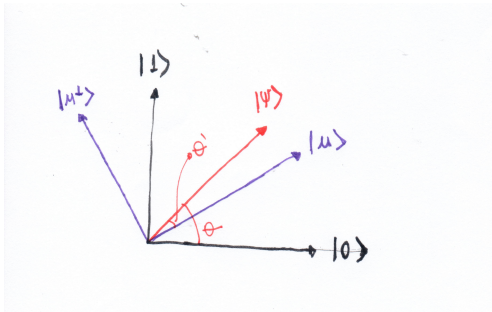
Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$



Medição em Base Arbitrária

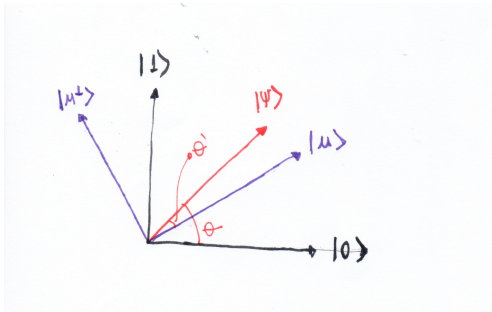
Digamos que $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$



O que quer dizer (fisicamente) “medir se o qubit está no estado u ou $u^\perp$ ”?

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$

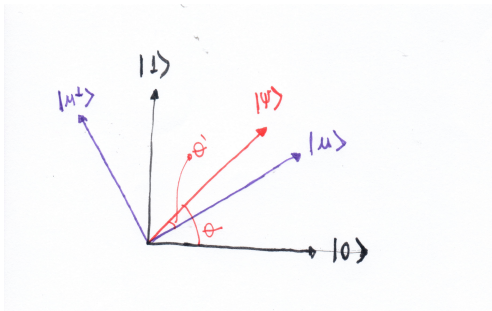


O que quer dizer (fisicamente) “medir se o qubit está no estado u ou $u^\perp$ ”?

- Por hora vamos ignorar o que significa fisicamente isso, mas adiantamos que podemos medir várias propriedades de um objeto, sendo que diferentes propriedades estão associadas a diferentes bases ortonormais.

Medição em Base Arbitrária

Digamos que $|\Psi\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle$



O que quer dizer (fisicamente) “medir se o qubit está no estado u ou $u^\perp$ ”?

- Por hora vamos ignorar o que significa fisicamente isso, mas adiantamos que podemos medir várias propriedades de um objeto, sendo que diferentes propriedades estão associadas a diferentes bases ortonormais.
- Não se preocupe se por hora se isso parece obscuro. Vamos apenas pensar como teóricos e pensar que do ponto de vista matemático estamos generalizando o conceito de medição de um qubit para qualquer par de vetores ortonormais.

A base de Hadamard

Considere os seguintes estados quânticos:

A base de Hadamard

Considere os seguintes estados quânticos:

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

A base de Hadamard

Considere os seguintes estados quânticos:

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Digamos que temos um qubit que sabemos estar ou no estado $|+\rangle$ ou no estado $|-\rangle$.

A base de Hadamard

Considere os seguintes estados quânticos:

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Digamos que temos um qubit que sabemos estar ou no estado $|+\rangle$ ou no estado $|-\rangle$.

- Conseguimos distinguir em qual dos dois estados está o qubit se fizermos uma medição na base $|0\rangle, |1\rangle$?

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2} \Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|1\rangle$

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|1\rangle$

Caso 2: Digamos o estado do qubit é $|-\rangle$:

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|1\rangle$

Caso 2: Digamos o estado do qubit é $|-\rangle$:

Caso $|-\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|1\rangle$

Caso 2: Digamos o estado do qubit é $|-\rangle$:

Caso $|-\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|1\rangle$

Caso 2: Digamos o estado do qubit é $|-\rangle$:

Caso $|-\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$

A base de Hadamard

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Caso 1: Digamos o estado do qubit é $|+\rangle$:

Caso $|+\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|1\rangle$

Caso 2: Digamos o estado do qubit é $|-\rangle$:

Caso $|-\rangle$: obtemos 0 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|0\rangle$
obtemos 1 com probabilidade $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ novo estado: $|1\rangle$

Princípio da Incerteza (cenário restrito)

Suponha que temos $|\Psi\rangle$ e queremos saber seu valor $+/ -$.

Princípio da Incerteza (cenário restrito)

Suponha que temos $|\Psi\rangle$ e queremos saber seu valor $+/-$.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor 0/1?

Princípio da Incerteza (cenário restrito)

Suponha que temos $|\Psi\rangle$ e queremos saber seu valor $+/-$.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor 0/1?
- E quão certos estaremos de seu valor $+/-$?

Princípio da Incerteza (cenário restrito)

Suponha que temos $|\Psi\rangle$ e queremos saber seu valor $+/-$.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor 0/1?
- E quão certos estaremos de seu valor $+/-$?

De maneira semelhante, se medirmos $|\Psi\rangle$ para saber seu valor 0/1.

Princípio da Incerteza (cenário restrito)

Suponha que temos $|\Psi\rangle$ e queremos saber seu valor $+/-$.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor 0/1?
- E quão certos estaremos de seu valor $+/-$?

De maneira semelhante, se medirmos $|\Psi\rangle$ para saber seu valor 0/1.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor $+/-$?

Princípio da Incerteza (cenário restrito)

Suponha que temos $|\Psi\rangle$ e queremos saber seu valor $+/-$.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor 0/1?
- E quão certos estaremos de seu valor $+/-$?

De maneira semelhante, se medirmos $|\Psi\rangle$ para saber seu valor 0/1.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor $+/-$?
- E quão certos estaremos de seu valor 0/1?

Princípio da Incerteza (cenário restrito)

Suponha que temos $|\Psi\rangle$ e queremos saber seu valor $+/-$.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor 0/1?
- E quão certos estaremos de seu valor $+/-$?

De maneira semelhante, se medirmos $|\Psi\rangle$ para saber seu valor 0/1.

- Após a medida, quão certos estaremos de seu valor $+/-$?
- E quão certos estaremos de seu valor 0/1?

“One can never know with perfect accuracy both of those two important factors which determine the movement of one of the smallest particles?its position and its velocity.”

– *Herner Heisenberg*

A base de Hadamard e a base Padrão

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Importante:

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Importante:

- Isolando $|0\rangle$ e $|1\rangle$ no sistema acima temos:

Os estados de Hadamard

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Importante:

- Isolando $|0\rangle$ e $|1\rangle$ no sistema acima temos:

- $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |-\rangle$

- $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |-\rangle$

Exemplo de medição em base arbitrária

Exemplo: Medindo o qubit na base de Hadamard (a base $|+\rangle$, $|-\rangle$):

Exemplo de medição em base arbitrária

Exemplo: Medindo o qubit na base de Hadamard (a base $|+\rangle$, $|-\rangle$):

$$\text{Seja } |\Psi\rangle = \frac{1}{2} |0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |1\rangle$$

Exemplo de medição em base arbitrária

Exemplo: Medindo o qubit na base de Hadamard (a base $|+\rangle$, $|-\rangle$):

$$\text{Seja } |\Psi\rangle = \frac{1}{2} |0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |1\rangle$$

- Medindo na base $|+\rangle$, $|-\rangle$, qual é a probabilidade de obter $+$?

Exemplo de medição em base arbitrária

Exemplo: Medindo o qubit na base de Hadamard (a base $|+\rangle$, $|-\rangle$):

$$\text{Seja } |\Psi\rangle = \frac{1}{2} |0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |1\rangle$$

- Medindo na base $|+\rangle$, $|-\rangle$, qual é a probabilidade de obter $+$?
- Medindo na base $|+\rangle$, $|-\rangle$, qual é a probabilidade de obter $-$?

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\Psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\Psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\Psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

- $Pr[+] = \left|\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\Psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\Psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

- $Pr[+] = \left|\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$
- $Pr[-] = \left|\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Alguma outra maneira de resolver este mesmo problema?

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

- $Pr[+] = \left|\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$
- $Pr[-] = \left|\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Alguma outra maneira de resolver este mesmo problema?

- $Pr[+] = |\langle\psi|+\rangle|^2$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

- $Pr[+] = \left|\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$
- $Pr[-] = \left|\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Alguma outra maneira de resolver este mesmo problema?

- $Pr[+] = |\langle +|\psi\rangle|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

- $Pr[+] = \left|\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$
- $Pr[-] = \left|\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Alguma outra maneira de resolver este mesmo problema?

- $Pr[+] = |\langle\psi|, |+\rangle|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$
- $Pr[-] = |\langle\psi|, |-\rangle|^2$

Exemplo de medição em base arbitrária

Vamos medir o qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ na base $|+\rangle, |-\rangle$

Primeiramente vamos reescrever $|\psi\rangle$ em termos de $|+\rangle$ e $|-\rangle$:

- Lembre que $|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$ e $|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle\right)$$

$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|+\rangle + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)|-\rangle$$

$$|\psi\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|-\rangle$$

- $Pr[+] = \left|\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$
- $Pr[-] = \left|\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Alguma outra maneira de resolver este mesmo problema?

- $Pr[+] = |\langle\psi|, |+\rangle|^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$
- $Pr[-] = |\langle\psi|, |-\rangle|^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$