

Computação Quântica

Aula 06

Murilo V. G. da Silva

DINF/UFPR

Portas quânticas de 2-qubit (matrizes unitárias 4x4)

Relembrando a Porta CNOT da aula passada:

Portas quânticas de 2-qubit (matrizes unitárias 4x4)

Relembrando a Porta CNOT da aula passada:

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Portas quânticas de 2-qubit (matrizes unitárias 4x4)

Relembrando a Porta CNOT da aula passada:

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pergunta: O que a porta $CNOT$ faz com $\alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$?

Portas quânticas de 2-qubit (matrizes unitárias 4x4)

Relembrando a Porta CNOT da aula passada:

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pergunta: O que a porta *CNOT* faz com $\alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$?

Exercício: O que a porta *CNOT* faz com o estado $|+0\rangle$?

Portas quânticas de 2-qubit (matrizes unitárias 4x4)

Porta U -controlado:

Portas quânticas de 2-qubit (matrizes unitárias 4x4)

Porta U -controlado:

$$U_C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 & u_4 \end{pmatrix}$$

Portas quânticas de 2-qubit (matrizes unitárias 4x4)

Porta U -controlado:

$$U_C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 & u_4 \end{pmatrix}$$

Pergunta: O que a porta U_C faz com $\alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$?

Portas quânticas de 3-qubit (matrizes unitárias 8×8)

Porta CSWAP:

Portas quânticas de 3-qubit (matrizes unitárias 8x8)

Porta CSWAP:

$$CSWAP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Portas quânticas de 3-qubit (matrizes unitárias 8x8)

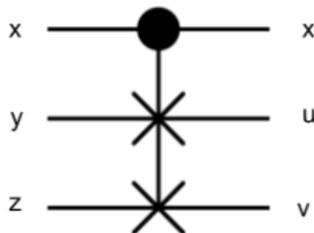
Porta CSWAP:

$$CSWAP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pergunta: O que faz esta porta?

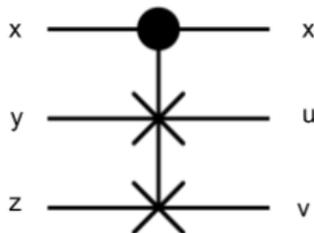
Portas quânticas de 3-qubits (matrizes unitárias 8x8)

Diagrama da porta quântica do slide anterior:



Portas quânticas de 3-qubits (matrizes unitárias 8x8)

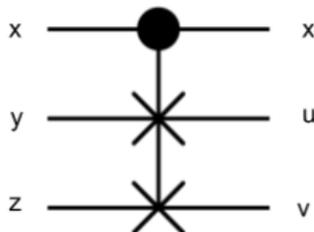
Diagrama da porta quântica do slide anterior:



Comportamento clássico:

Portas quânticas de 3-qubits (matrizes unitárias 8x8)

Diagrama da porta quântica do slide anterior:

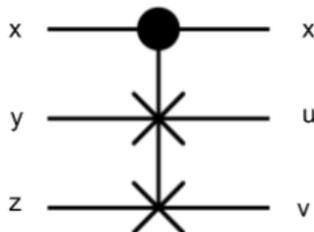


Comportamento clássico:

- Se $x = 1$, então $u = y$ e $v = z$
- Se $x = 0$, então $u = z$ e $v = y$

Portas quânticas de 3-qubits (matrizes unitárias 8x8)

Diagrama da porta quântica do slide anterior:

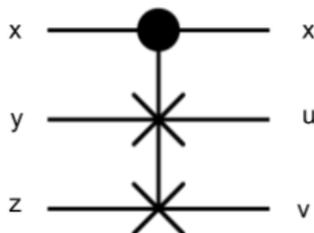


Comportamento clássico:

- Se $x = 1$, então $u = y$ e $v = z$
- Se $x = 0$, então $u = z$ e $v = y$
- Você consegue simular uma porta AND usando a porta CSWAP?

Portas quânticas de 3-qubits (matrizes unitárias 8x8)

Diagrama da porta quântica do slide anterior:



Comportamento clássico:

- Se $x = 1$, então $u = y$ e $v = z$
- Se $x = 0$, então $u = z$ e $v = y$
- Você consegue simular uma porta AND usando a porta CSWAP?
- Faça $z = 0$ e colete $x \vee y$ na saída v

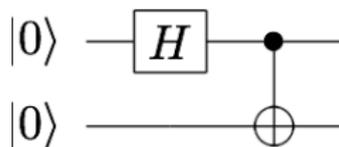
- Circuito quântico: sequência de portas quânticas

Circuitos quânticos

- Circuito quântico: sequência de portas quânticas
- Exemplo:

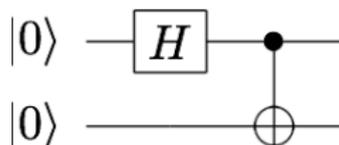
Circuitos quânticos

- Circuito quântico: sequência de portas quânticas
- Exemplo:



Circuitos quânticos

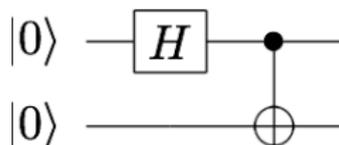
- Circuito quântico: sequência de portas quânticas
- Exemplo:



O que faz o circuito abaixo com a entrada $|00\rangle$?

Circuitos quânticos

- Circuito quântico: sequência de portas quânticas
- Exemplo:

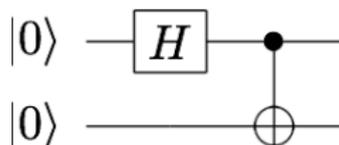


O que faz o circuito abaixo com a entrada $|00\rangle$?

- Resposta: emaranha dois qubits

Circuitos quânticos

- Circuito quântico: sequência de portas quânticas
- Exemplo:

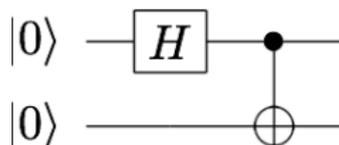


O que faz o circuito abaixo com a entrada $|00\rangle$?

- Resposta: emaranha dois qubits
- Se ao invés de $|00\rangle$, a entrada fosse $|01\rangle$ ou $|10\rangle$ ou $|11\rangle$?

Circuitos quânticos

- Circuito quântico: sequência de portas quânticas
- Exemplo:



O que faz o circuito abaixo com a entrada $|00\rangle$?

- Resposta: emaranha dois qubits
- Se ao invés de $|00\rangle$, a entrada fosse $|01\rangle$ ou $|10\rangle$ ou $|11\rangle$?

Atenção: Veja que a direção da evolução do sistema é o oposto da representação em termos de multiplicação de matrizes!

Relembrando: Circuitos Quântico

Tipicamente, encapsulamos várias portas quânticas em caixas (“modularização de código”)



Relembrando: Circuitos Quântico

Tipicamente, encapsulamos várias portas quânticas em caixas (“modularização de código”)



Pergunta: Qual é matriz U do circuito encapsulado?

Relembrando: Circuitos Quântico

Tipicamente, encapsulamos várias portas quânticas em caixas (“modularização de código”)



Pergunta: Qual é matriz U do circuito encapsulado?

Resposta: $U = U_1 \otimes U_2$

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

- Dada uma matriz U de dimensão d , para um d constante

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

- Dada uma matriz U de dimensão d , para um d constante
 - Podemos construir um circuito que compute U' usando portas de \mathcal{S}_u que aproxima U com precisão arbitrária

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

- Dada uma matriz U de dimensão d , para um d constante
 - Podemos construir um circuito que compute U' usando portas de \mathcal{S}_u que aproxima U com precisão arbitrária
 - Mais precisamente, dado $\epsilon > 0$, $\exists U_\epsilon$, tal que $\forall |\psi\rangle$,
 $\|U|\psi\rangle - U_\epsilon|\psi\rangle\| < \epsilon$

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

- Dada uma matriz U de dimensão d , para um d constante
 - Podemos construir um circuito que compute U' usando portas de \mathcal{S}_u que aproxima U com precisão arbitrária
 - Mais precisamente, dado $\epsilon > 0$, $\exists U_\epsilon$, tal que $\forall |\psi\rangle$,
 $\|U|\psi\rangle - U_\epsilon|\psi\rangle\| < \epsilon$
 - Número de portas $O(d^2 \log^3 \frac{1}{\epsilon})$

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

- Dada uma matriz U de dimensão d , para um d constante
 - Podemos construir um circuito que compute U' usando portas de \mathcal{S}_u que aproxima U com precisão arbitrária
 - Mais precisamente, dado $\epsilon > 0$, $\exists U_\epsilon$, tal que $\forall |\psi\rangle$,
 $\|U|\psi\rangle - U'|\psi\rangle\| < \epsilon$
 - Número de portas $O(d^2 \log^3 \frac{1}{\epsilon})$ i.e., polinomial

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

- Dada uma matriz U de dimensão d , para um d constante
 - Podemos construir um circuito que compute U' usando portas de \mathcal{S}_u que aproxima U com precisão arbitrária
 - Mais precisamente, dado $\epsilon > 0$, $\exists U_\epsilon$, tal que $\forall |\psi\rangle$,
 $\|U|\psi\rangle - U'|\psi\rangle\| < \epsilon$
 - Número de portas $O(d^2 \log^3 \frac{1}{\epsilon})$ i.e., polinomial
(Teorema de Solovay-Kitaev)

Família universal de portas

Exemplo de família universal de portas clássicas: $\mathcal{S}_c = \{\text{AND}, \text{NOT}\}$

Exemplo de família universal de portas quânticas: $\mathcal{S}_u = \{\text{C-NOT}, \frac{\pi}{8}, \text{H}\}$

No caso quântico há uma sutileza:

- Dada uma matriz U de dimensão d , para um d constante
 - Podemos construir um circuito que compute U' usando portas de \mathcal{S}_u que aproxima U com precisão arbitrária
 - Mais precisamente, dado $\epsilon > 0$, $\exists U_\epsilon$, tal que $\forall |\psi\rangle$,
 $\|U|\psi\rangle - U'|\psi\rangle\| < \epsilon$
 - Número de portas $O(d^2 \log^3 \frac{1}{\epsilon})$ i.e., polinomial
(Teorema de Solovay-Kitaev)
 - Além disso, isso pode ser feito “tolerante a falhas”