# Algoritmos e Teoria dos Grafos

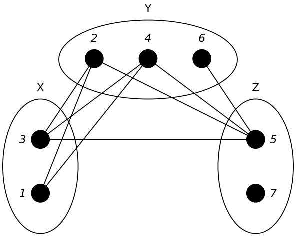
## Tópico 10: Grafos Multipartidos e Coloração de Vértices

Renato Carmo
André Guedes
Murilo Silva

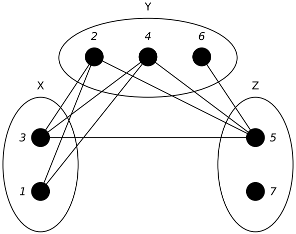
Departamento de Informática da UFPR

2023

# Grafos Multipartidos

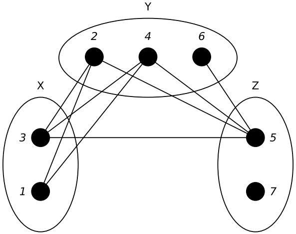


# Grafos Multipartidos



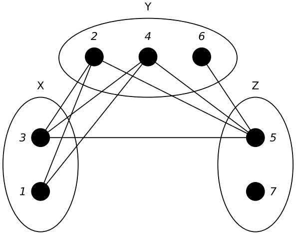

$k$-**partição** de $G$

# Grafos Multipartidos



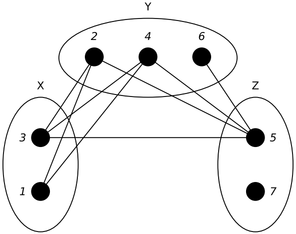

$k$-**partição** de $G$: partição de $V(G)$ em até $k$ conjuntos independentes

# Grafos Multipartidos




$k$-**partição** de $G$: partição de $V(G)$ em até $k$ conjuntos independentes (**partes**)

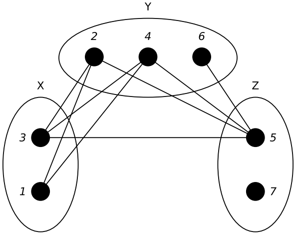
# Grafos Multipartidos




$k$-**partição** de $G$: partição de $V(G)$ em até $k$ conjuntos independentes (**partes**)

**grafo** $k$**–bipartido**

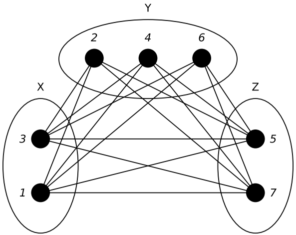
# Grafos Multipartidos



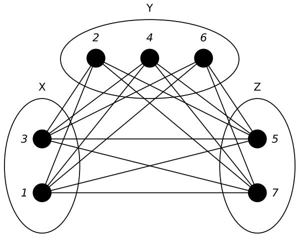

$k$-**partição** de $G$: partição de $V(G)$ em até $k$ conjuntos independentes (**partes**)

**grafo** $k$**–bipartido**: grafo que admite $k$-partição

# Grafo $k$–partido Completo

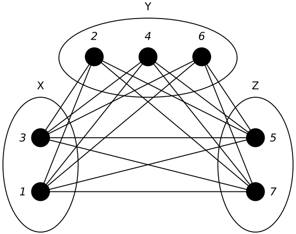


# Grafo $k$–partido Completo



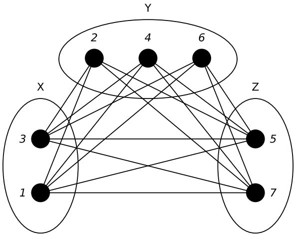

**grafo $k$–partido completo**

# Grafo $k$–partido Completo




**grafo $k$–partido completo**: cada vértice é vizinho de todos os vértices de todas as outras partes

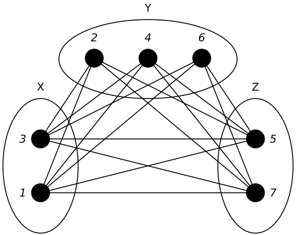
# Grafo $k$–partido Completo




**grafo $k$–partido completo**: cada vértice é vizinho de todos os vértices de todas as outras partes

$K_{n_1,\ldots,n_k}$

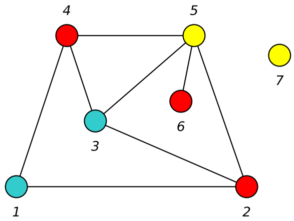
# Grafo $k$–partido Completo



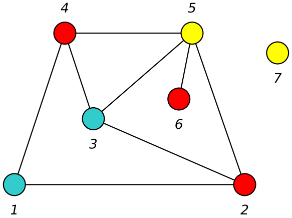

**grafo $k$–partido completo**: cada vértice é vizinho de todos os vértices de todas as outras partes

$K_{n_1,\ldots,n_k}$ := grafo $k$–partido completo cujas partes tem $n_1, \ldots, n_k$ vértices

# Coloração de Vértices

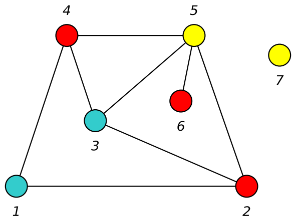


# Coloração de Vértices



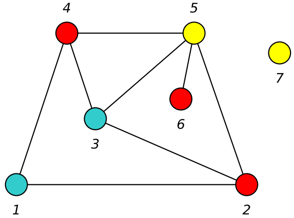

$k$**–coloração de** $G$

# Coloração de Vértices



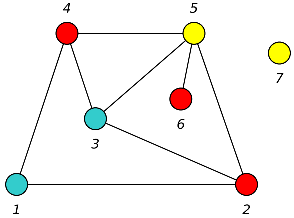

$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices

# Coloração de Vértices




$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices de forma que vizinhos tenham cores diferentes

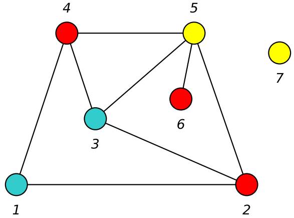
# Coloração de Vértices




$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices de forma que vizinhos tenham cores diferentes

$\equiv$ $k$–partição de $V(G)$ em conjuntos independentes

# Coloração de Vértices

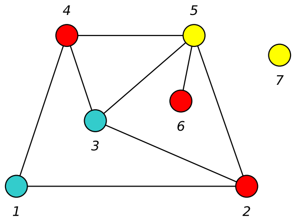



$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices de forma que vizinhos tenham cores diferentes

$\equiv$ $k$–partição de $V(G)$ em conjuntos independentes

$\equiv$ $k$–partição de $G$

# Coloração de Vértices



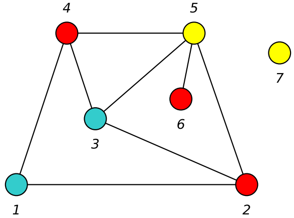

$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices de forma que vizinhos tenham cores diferentes

$\equiv$ $k$–partição de $V(G)$ em conjuntos independentes

$\equiv$ $k$–partição de $G$

parte $\equiv$ cor

# Coloração de Vértices




$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices de forma que vizinhos tenham cores diferentes

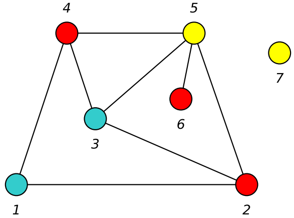
$\equiv$ $k$–partição de $V(G)$ em conjuntos independentes

$\equiv$ $k$–partição de $G$

parte $\equiv$ cor

$\chi(G)$

# Coloração de Vértices




$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices de forma que vizinhos tenham cores diferentes

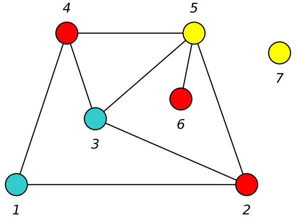
$\equiv$ $k$–partição de $V(G)$ em conjuntos independentes

$\equiv$ $k$–partição de $G$

parte $\equiv$ cor

$$\chi(G) \quad := \quad \text{menor número de cores com que é possível colorir } G$$

# Coloração de Vértices




$k$–**coloração de** $G$: atribuição de $k$ cores aos vértices de forma que vizinhos tenham cores diferentes

$\equiv$ $k$–partição de $V(G)$ em conjuntos independentes

$\equiv$ $k$–partição de $G$

parte $\equiv$ cor

$$\begin{aligned} \chi(G) \quad &:= \quad \text{menor número de cores com que é possível colorir } G \\ &\equiv \quad \textbf{número cromático} \text{ de } G \end{aligned}$$

# Problema da Coloração

Teorema 11: (Karp (1972)) O problema de decidir se um grafo pode ser colorido com $k$ cores é $\mathcal{NP}$–difícil

# Problema da Coloração

Teorema 11: (Karp (1972)) O problema de decidir se um grafo pode ser colorido com $k$ cores é $\mathcal{NP}$–difícil

Corolário 12: O problema de determinar o número cromático de um grafo é $\mathcal{NP}$–Difícil

# Problema da Coloração

Teorema 11: (Karp (1972)) O problema de decidir se um grafo pode ser colorido com $k$ cores é $\mathcal{NP}$–difícil

Corolário 12: O problema de determinar o número cromático de um grafo é $\mathcal{NP}$–Difícil

Demonstração.

Exercício 38 $\square$

# Referências

Richard M. Karp. Reducibility among combinatorial problems. In Raymond E. Miller, James W. Thatcher, and Jean D. Bohlinger, editors, **Complexity of Computer Computations: Proceedings of a symposium on the Complexity of Computer Computations, held March 20–22, 1972, at the IBM Thomas J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, and sponsored by the Office of Naval Research, Mathematics Program, IBM World Trade Corporation, and the IBM Research Mathematical Sciences Department**, pages 85–103, Boston, MA, 1972. Springer US. ISBN 978-1-4684-2001-2. doi: 10.1007/978-1-4684-2001-2_9. URL https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2_9.