

Algoritmos e Teoria dos Grafos

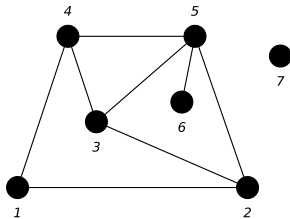
Tópico 14: Ciclos

Renato Carmo
André Guedes
Murilo Silva

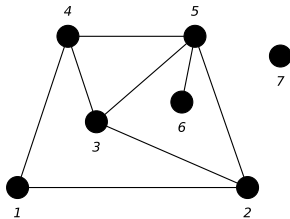
Departamento de Informática da UFPR

2023

Definição

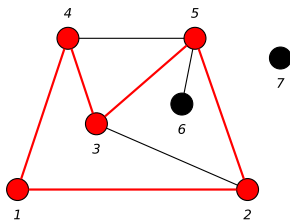


Definição



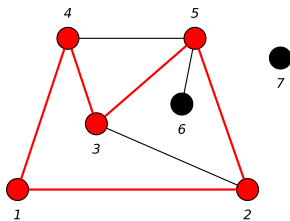
ciclo

Definição



ciclo: passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

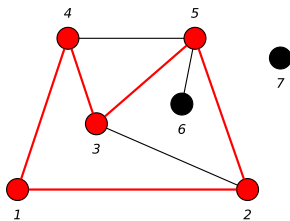
Definição



ciclo: passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

ciclo

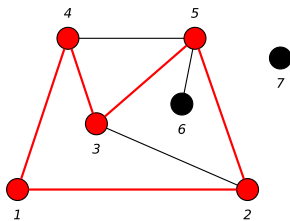
Definição



ciclo: passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

ciclo: subgrafo induzido por passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

Definição

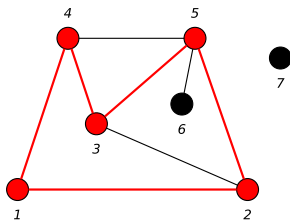


ciclo: passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

ciclo: subgrafo induzido por passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

C_n

Definição

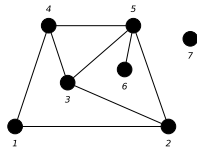
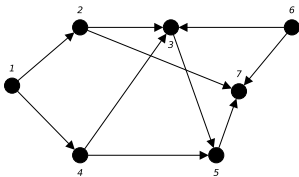
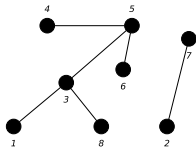


ciclo: passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

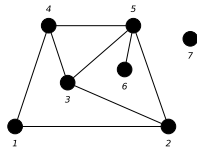
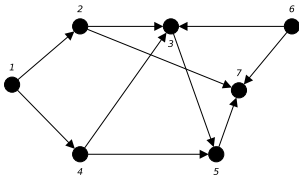
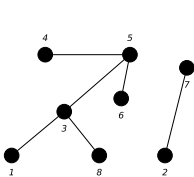
ciclo: subgrafo induzido por passeio fechado de tamanho maior ou igual a 3 com vértices todos distintos, exceto pelas pontas

C_n : grafo induzido por ciclo de n vértices

Conceitos relacionados

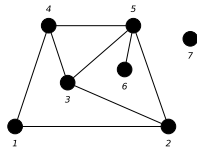
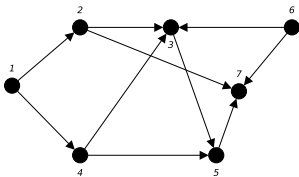
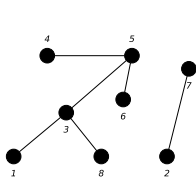


Conceitos relacionados



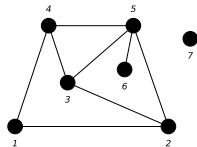
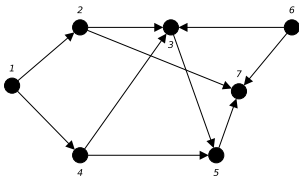
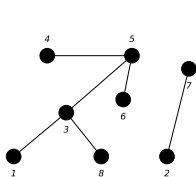
grafo acíclico

Conceitos relacionados



grafo acíclico: grafo sem ciclos

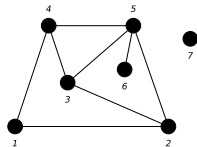
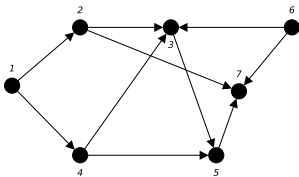
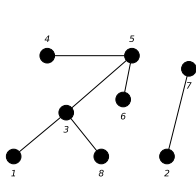
Conceitos relacionados



grafo acíclico: grafo sem ciclos

grafo direcionado acíclico

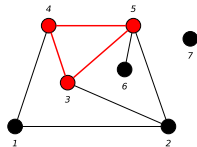
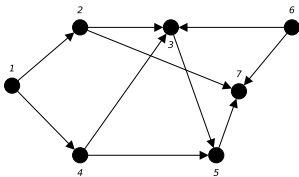
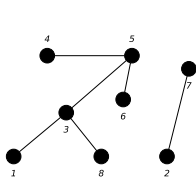
Conceitos relacionados



grafo acíclico: grafo sem ciclos

grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

Conceitos relacionados

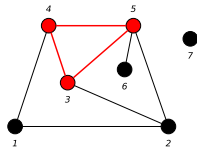
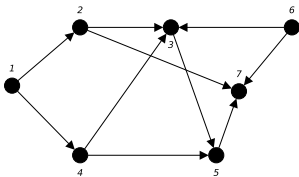
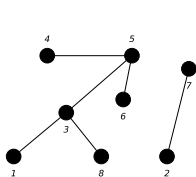


grafo acíclico: grafo sem ciclos

grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

cintura de G

Conceitos relacionados

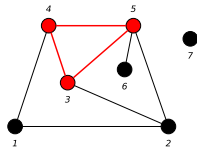
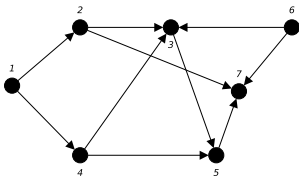
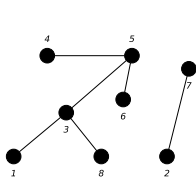


grafo acíclico: grafo sem ciclos

grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

cintura de G : tamanho de um ciclo de tamanho mínimo em G

Conceitos relacionados

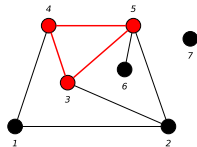
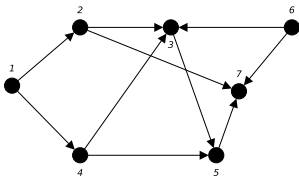
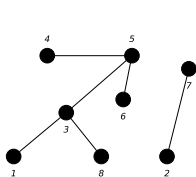


grafo acíclico: grafo sem ciclos

grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

cintura de G : tamanho de um ciclo de tamanho mínimo em G : $\gamma(G)$

Conceitos relacionados



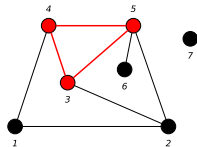
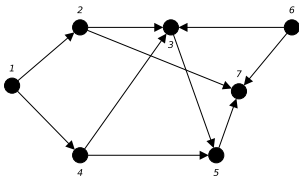
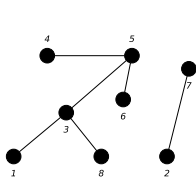
grafo acíclico: grafo sem ciclos

grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

cintura de G : tamanho de um ciclo de tamanho mínimo em G : $\gamma(G)$

G é acíclico

Conceitos relacionados



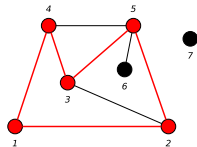
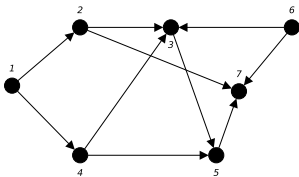
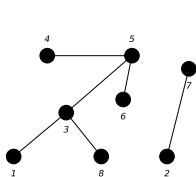
grafo acíclico: grafo sem ciclos

grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

cintura de G : tamanho de um ciclo de tamanho mínimo em G : $\gamma(G)$

G é acíclico: $\gamma(G) = \infty$

Conceitos relacionados



grafo acíclico: grafo sem ciclos

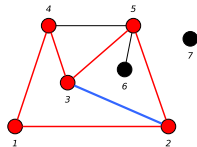
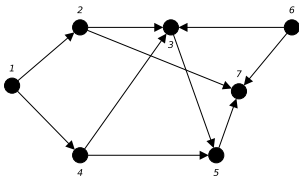
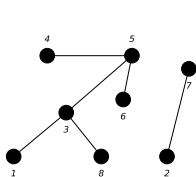
grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

cintura de G : tamanho de um ciclo de tamanho mínimo em G : $\gamma(G)$

G é acíclico: $\gamma(G) = \infty$

corda no ciclo C

Conceitos relacionados



grafo acíclico: grafo sem ciclos

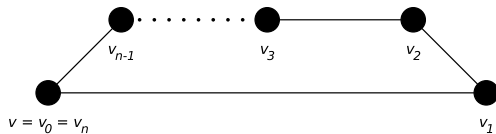
grafo direcionado acíclico: grafo direcionado sem ciclos direcionados

cintura de G : tamanho de um ciclo de tamanho mínimo em G : $\gamma(G)$

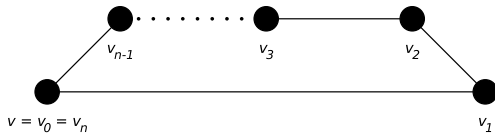
G é acíclico: $\gamma(G) = \infty$

corda no ciclo C : aresta ligando vértices que não são vizinhos no grafo induzido por C

Teorema 25

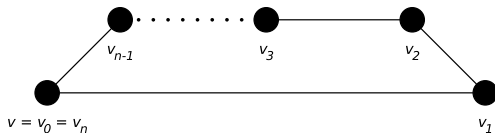


Teorema 25



Um grafo tem ciclo se e somente se tem caminhos distintos com as mesmas pontas

Teorema 25

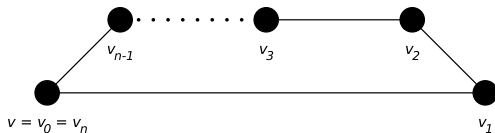


Um grafo tem ciclo se e somente se tem caminhos distintos com as mesmas pontas

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v = v_0, v_1, \dots, v_n = v)$

Teorema 25

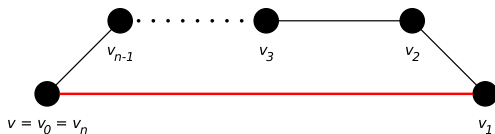


Um grafo tem ciclo se e somente se tem caminhos distintos com as mesmas pontas

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v = v_0, v_1, \dots, v_n = v)$: ciclo

Teorema 25

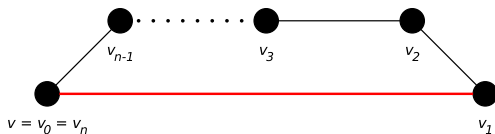


Um grafo tem ciclo se e somente se tem caminhos distintos com as mesmas pontas

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v = v_0, v_1, \dots, v_n = v)$: ciclo
2. $(v = v_0, v_1)$

Teorema 25

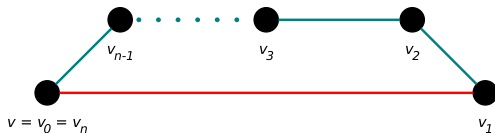


Um grafo tem ciclo se e somente se tem caminhos distintos com as mesmas pontas

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v = v_0, v_1, \dots, v_n = v)$: ciclo
2. $(v = v_0, v_1)$: caminho de v a v_1

Teorema 25

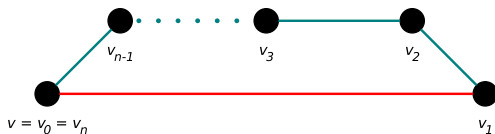


Um grafo tem ciclo se e somente se tem caminhos distintos com as mesmas pontas

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v = v_0, v_1, \dots, v_n = v)$: ciclo
2. $(v = v_0, v_1)$: caminho de v a v_1
3. $(v = v_n, v_{n-1}, \dots, v_1)$

Teorema 25



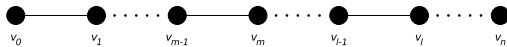
Um grafo tem ciclo se e somente se tem caminhos distintos com as mesmas pontas

Demonstração ($\Rightarrow$).

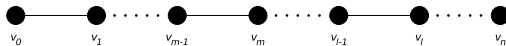
1. $C = (v = v_0, v_1, \dots, v_n = v)$: ciclo
2. $(v = v_0, v_1)$: caminho de v a v_1
3. $(v = v_n, v_{n-1}, \dots, v_1)$: outro caminho de v a v_1



Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

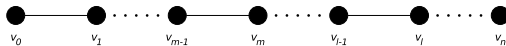


Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)



Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

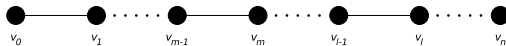


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

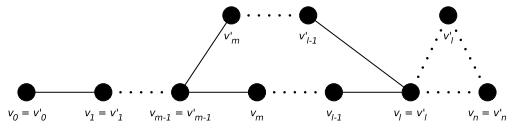


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

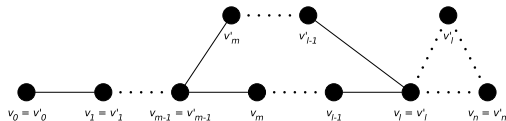


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

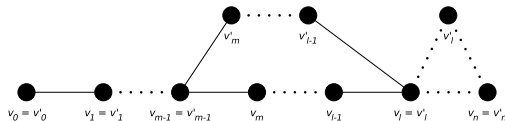


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

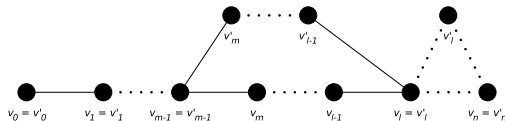


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

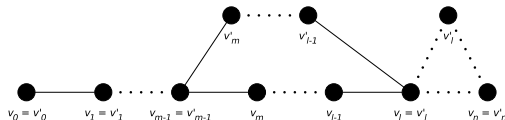


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

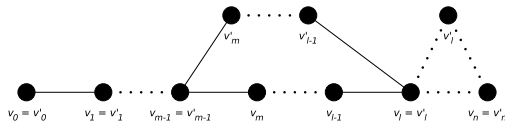


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

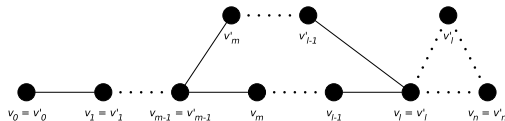


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

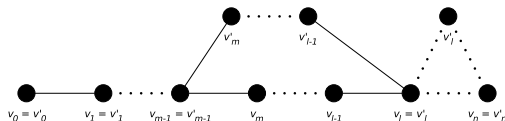


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

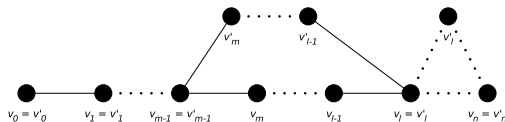


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

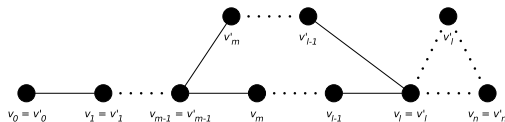


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$
5. l'

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

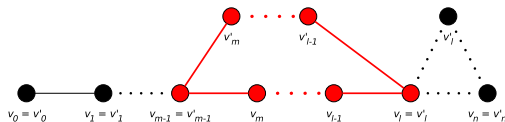


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$
5. l' : índice de v_l em P'

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

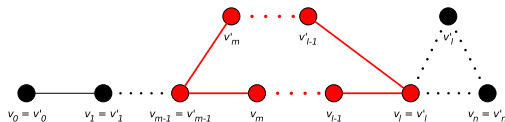


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$
5. l' : índice de v_l em P'
6. $C = (v_{m-1}, v_m, \dots, v_l$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

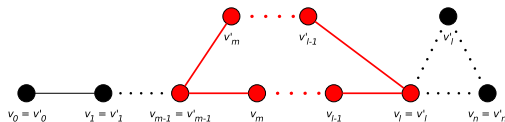


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$
5. l' : índice de v_l em P'
6. $C = (v_{m-1}, v_m, \dots, v_l = v'_{l'})$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

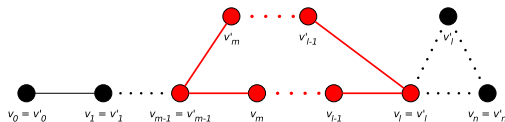


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$
5. l' : índice de v_l em P'
6. $C = (v_{m-1}, v_m, \dots, v_l = v'_{l'}, v'_{l'-1}, \dots, v'_m, v'_{m-1})$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)

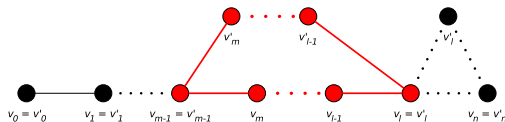


Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$
5. l' : índice de v_l em P'
6. $C = (v_{m-1}, v_m, \dots, v_l = v'_{l'}, v'_{l'-1}, \dots, v'_m, v'_{m-1} = v_{m-1})$

Prova do Teorema 25: ($\Leftarrow$)



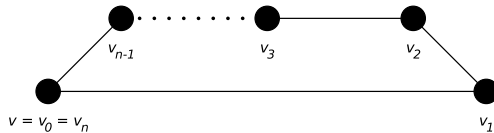
Se G tem caminhos distintos com as mesmas pontas, então G tem ciclo

Demonstração.

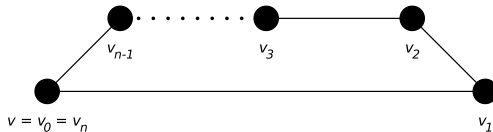
1. $P = (u = v_0, \dots, v_n = v)$: caminho de u a v
2. $P' = (u = v'_0, \dots, v'_{n'} = v)$: outro caminho de u a v
3. v_m : primeiro vértice em que P e P' diferem: $m := \min \{i \in [0..n] \mid v_i \neq v'_i\}$
4. v_l : primeiro vértice de P , depois de v_m em $V(P')$: $l := \min \{i \in [m..n] \mid v_i \in V(P')\}$
5. l' : índice de v_l em P'
6. $C = (v_{m-1}, v_m, \dots, v_l = v'_{l'}, v'_{l'-1}, \dots, v'_m, v'_{m-1} = v_{m-1})$: ciclo



Corolário 26

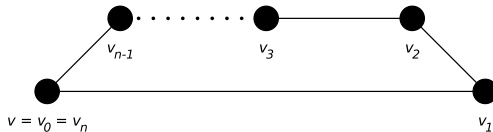


Corolário 26



Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Corolário 26

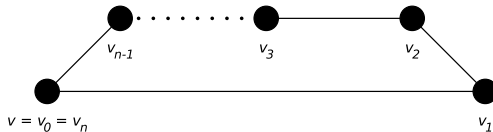


Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$

Corolário 26

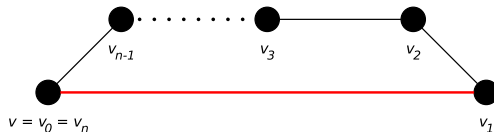


Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo

Corolário 26

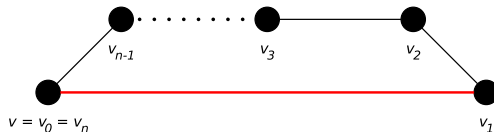


Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo
2. (v_0, v_1)

Corolário 26

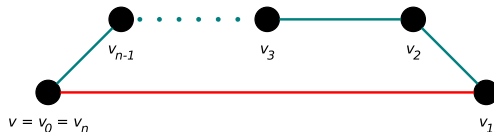


Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo
2. (v_0, v_1) : caminho de v_0 a v_1

Corolário 26

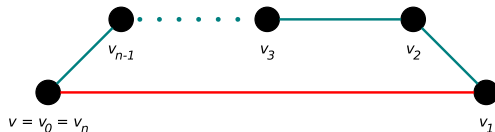


Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo
2. (v_0, v_1) : caminho de v_0 a v_1
3. $(v_0, v_{n-1}, \dots, v_1)$

Corolário 26

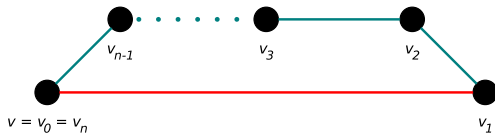


Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo
2. (v_0, v_1) : caminho de v_0 a v_1
3. $(v_0, v_{n-1}, \dots, v_1)$: outro caminho de v_0 a v_1

Corolário 26

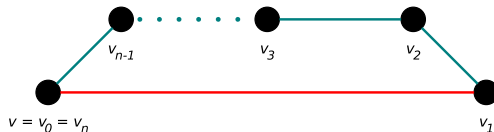


Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo
2. (v_0, v_1) : caminho de v_0 a v_1
3. $(v_0, v_{n-1}, \dots, v_1)$: outro caminho de v_0 a v_1
4. ambos tem tamanho ímpar

Corolário 26



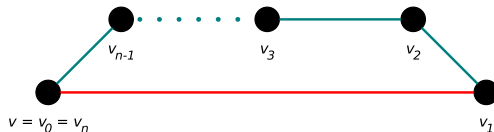
Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo
2. (v_0, v_1) : caminho de v_0 a v_1
3. $(v_0, v_{n-1}, \dots, v_1)$: outro caminho de v_0 a v_1
4. ambos tem tamanho ímpar

(T. 16)

Corolário 26



Um grafo é bipartido se e somente se não tem ciclo de tamanho ímpar

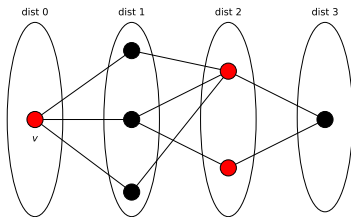
Demonstração ($\Rightarrow$).

1. $C = (v_0, \dots, v_n = v_0)$: ciclo
2. (v_0, v_1) : caminho de v_0 a v_1
3. $(v_0, v_{n-1}, \dots, v_1)$: outro caminho de v_0 a v_1
4. ambos tem tamanho ímpar
5. C tem tamanho par

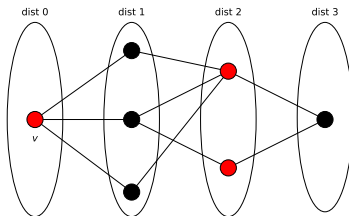
(T. 16)



Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)

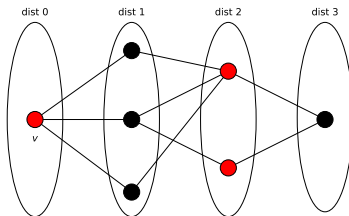


Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)



Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)

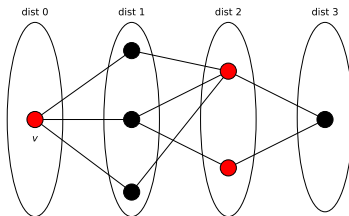


Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)

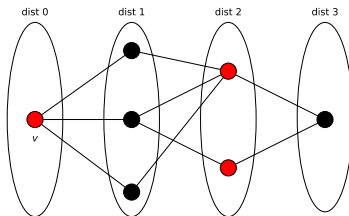


Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)

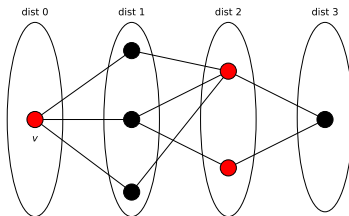


Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar conexo

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)



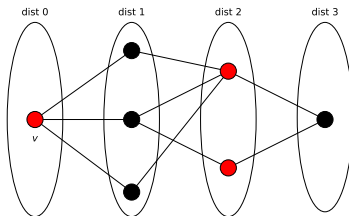
Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar conexo

(SPG)

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)



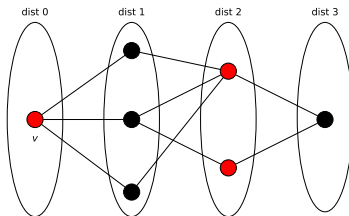
Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar conexo
2. v

(SPG)

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)



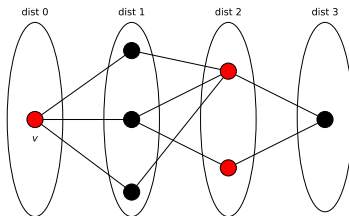
Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar conexo
2. v : vértice de G

(SPG)

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)



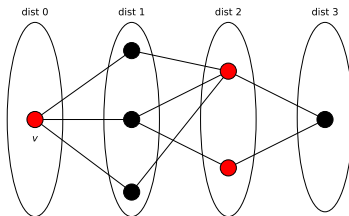
Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar conexo
2. v : vértice de G
3. X

(SPG)

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)



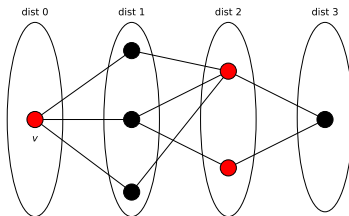
Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar conexo
2. v : vértice de G
3. $X :=$ vértices de G a distância par de v

(SPG)

Prova do Corolário 26: ($\Leftarrow$)



Grafo sem ciclo de tamanho ímpar é bipartido

Demonstração.

1. G : grafo sem ciclo de tamanho ímpar conexo
2. v : vértice de G
3. $X :=$ vértices de G a distância par de v
4. $\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

(SPG)

Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;
 v : vértice de G

Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

X

Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

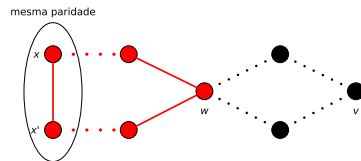
v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

Demonstração.

1. $\{x, x'\}$



Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

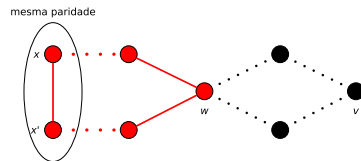
v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X



Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

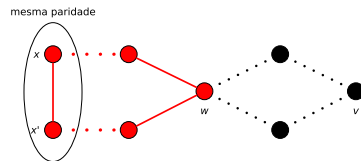
v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. $P(P')$



Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

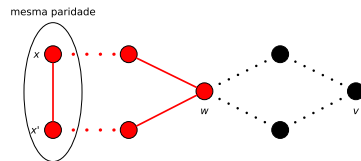
v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v



Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho

ímpar;

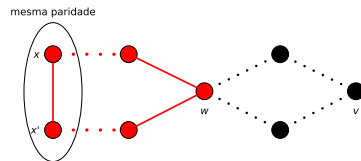
v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade



Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

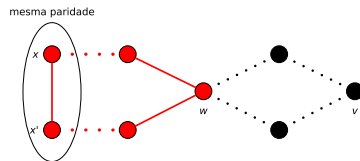
v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G

Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$



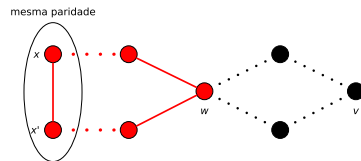
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w

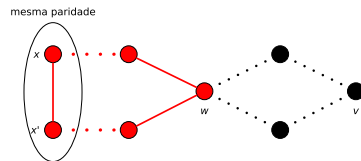
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P'

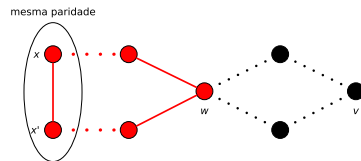
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P' $(v \text{ é comum a } P \text{ e } P')$

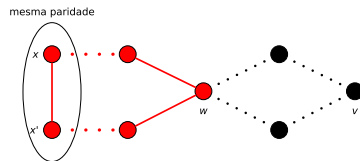
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P' $(v \text{ é comum a } P \text{ e } P')$
4. $|vPw| = |vP'w| = d_G(v, w)$

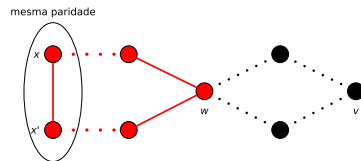
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P' $(v \text{ é comum a } P \text{ e } P')$
4. $|vPw| = |vP'w| = d_G(v, w)$ (T.23)

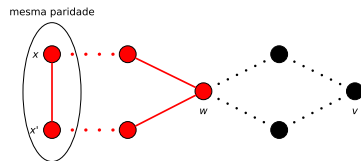
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P' $(v \text{ é comum a } P \text{ e } P')$
4. $|vPw| = |vP'w| = d_G(v, w)$ (T.23)
5. $|xPw|$ e $|wP'x'|$ tem mesma paridade

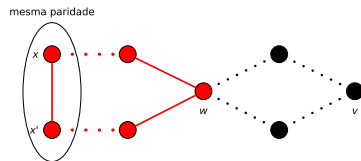
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P' $(v \text{ é comum a } P \text{ e } P')$
4. $|vPw| = |vP'w| = d_G(v, w)$ (T.23)
5. $|xPw|$ e $|wP'x'|$ tem mesma paridade
6. C

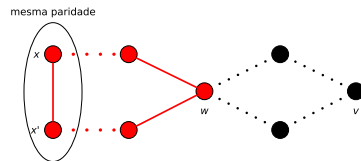
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P' $(v \text{ é comum a } P \text{ e } P')$
4. $|vPw| = |vP'w| = d_G(v, w)$ (T.23)
5. $|xPw|$ e $|wP'x'|$ tem mesma paridade
6. $C :=$ ciclo $xPw \cdot wP'x' \cdot (x', x)$

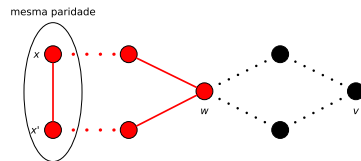
Prova do Corolário 26: (continuação de $\Leftarrow$)

G : grafo conexo sem ciclo de tamanho ímpar;

v : vértice de G

$X :=$ vértices de G a distância par de v

$\{X, V(G) - X\}$ é bipartição de G



Demonstração.

1. $\{x, x'\}$: aresta entre dois vértices em X
2. P (P'): caminho mínimo x (x') a v ambos tem mesma paridade $(x, x' \in X)$
3. w : primeiro vértice comum a P e P' $(v \text{ é comum a } P \text{ e } P')$
4. $|vPw| = |vP'w| = d_G(v, w)$ (T.23)
5. $|xPw|$ e $|wP'x'|$ tem mesma paridade
6. $C :=$ ciclo $xPw \cdot wP'x' \cdot (x', x)$ tem tamanho ímpar

Corolário 27

Corolário 27

Todo grafo acíclico é bipartido