

Algoritmos e Teoria dos Grafos

Tópico 23: Árvores Geradoras Mínimas e o Algoritmo de Jarník–Prim

Renato Carmo
André Guedes
Murilo Silva

Departamento de Informática da UFPR

2023

Árvore Geradora Mínima

(G, w)

Árvore Geradora Mínima

(G, w) : grafo ponderado conexo

Árvore Geradora Mínima

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore geradora mínima

Árvore Geradora Mínima

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore geradora mínima: árvore geradora de G de peso mínimo

Árvore Geradora Mínima

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore geradora mínima: árvore geradora de G de peso mínimo

Problema da Árvore Geradora Mínima

Árvore Geradora Mínima

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore geradora mínima: árvore geradora de G de peso mínimo

Problema da Árvore Geradora Mínima

Dado: um grafo ponderado (G, w)

Árvore Geradora Mínima

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore geradora mínima: árvore geradora de G de peso mínimo

Problema da Árvore Geradora Mínima

Dado: um grafo ponderado (G, w)

Obtenha: uma árvore geradora mínima de (G, w)

Algoritmo de Jarník–Prim

$\text{AGM}_P(G, w)$

$T \leftarrow$ grafo vazio

acrescente um vértice r de G a T

Enquanto $\partial_G(V(T)) \neq \emptyset$

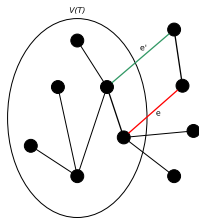
 escolha uma aresta e em $\partial_G(V(T))$ de peso mínimo

 acrescente a aresta e ao grafo T

Devolva T

Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

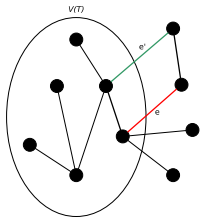


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. T^*

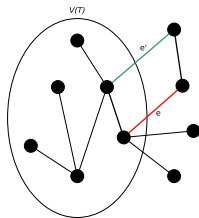


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)

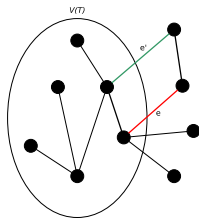


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. T'

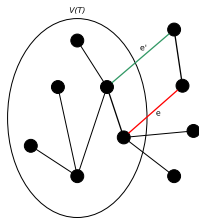


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$

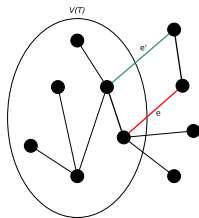


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem

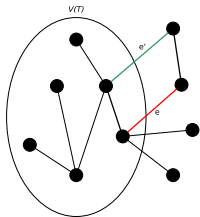


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
3.1 e

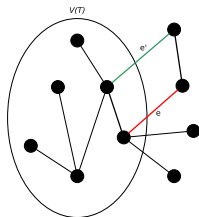


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração

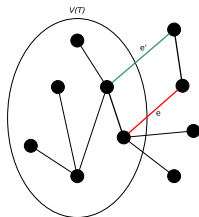


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e'

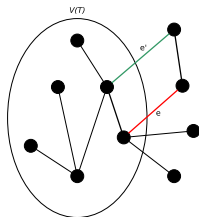


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$

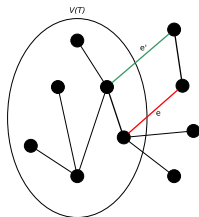


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 T''

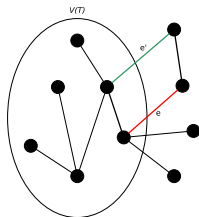


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$

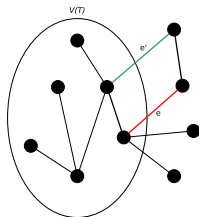


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$

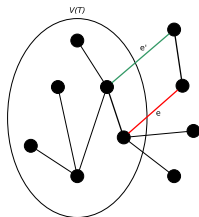


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)

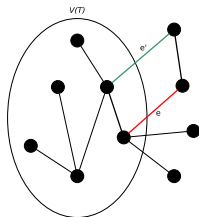


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)
 - 3.5 $w(T'') = w(T^* + e - e')$

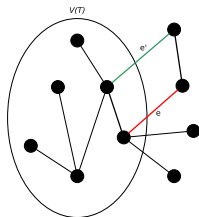


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)
 - 3.5 $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e')$



Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem

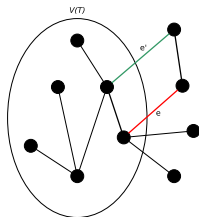
3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração

3.2 $e' :=$ aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$

3.3 $T'' := T^* + e - e'$

3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)

3.5 $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$

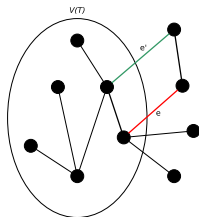


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)
 - 3.5 $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
 - 3.6 T'' é árvore geradora mínima

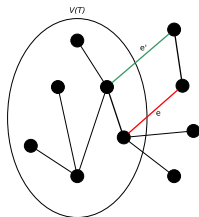


Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

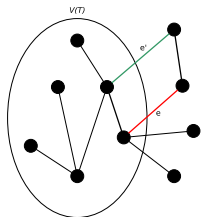
1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)
 - 3.5 $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
 - 3.6 T'' é árvore geradora mínima (T^* é árvore geradora mínima)



Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.



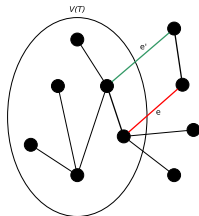
1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 $e' :=$ aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)
 - 3.5 $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
 - 3.6 T'' é árvore geradora mínima (T^* é árvore geradora mínima)
 - 3.7 T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Teorema 63

Ao início de cada iteração, T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G

Demonstração.

1. $T^* :=$ árvore geradora mínima de (G, w)
2. $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual T e T' coincidem
 - 3.1 $e :=$ aresta escolhida nesta iteração
 - 3.2 e' : aresta do ciclo fundamental de $T^* + e$ em $\partial_G(V(T))$
 - 3.3 $T'' := T^* + e - e'$
 - 3.4 $w(e) \leq w(e')$ (pela escolha de e)
 - 3.5 $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
 - 3.6 T'' é árvore geradora mínima (T^* é árvore geradora mínima)
 - 3.7 T é subárvore de uma árvore geradora mínima de G (T é subgrafo de T'')



Corolário 64

$\text{AGM}_P(G, w)$ devolve uma árvore geradora mínima de (G, w)

Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

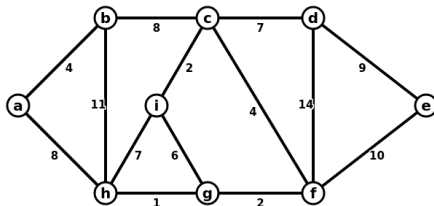
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

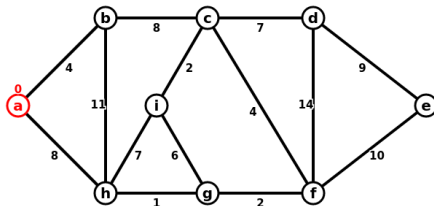
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

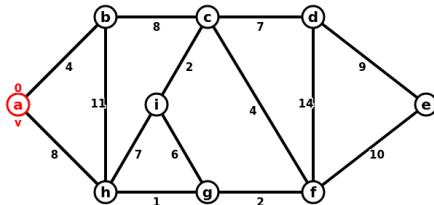
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

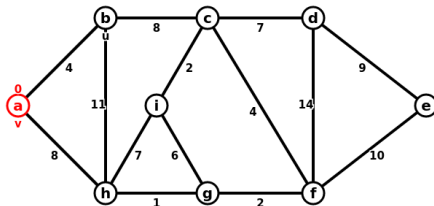
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

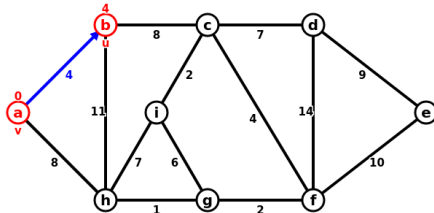
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

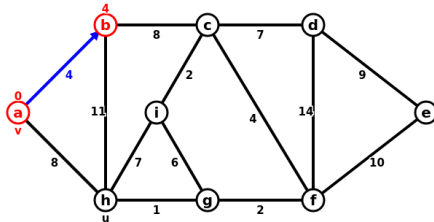
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

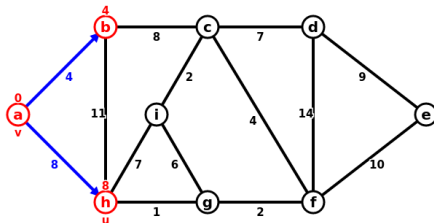
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

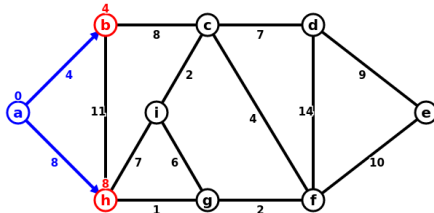
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

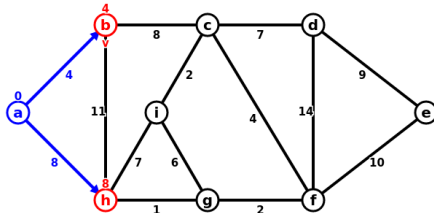
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

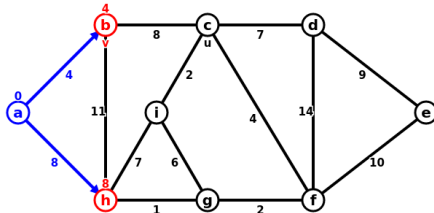
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

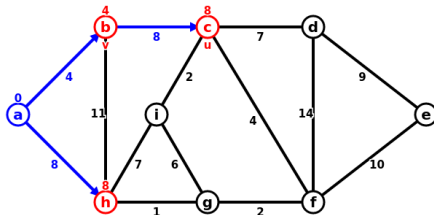
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

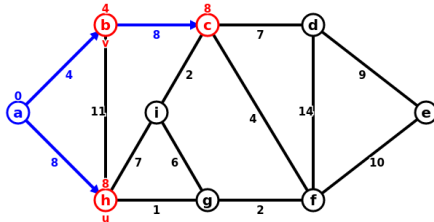
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

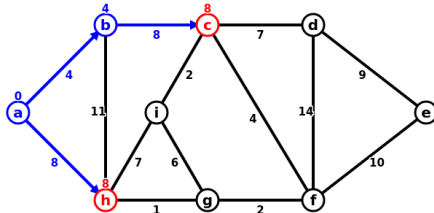
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

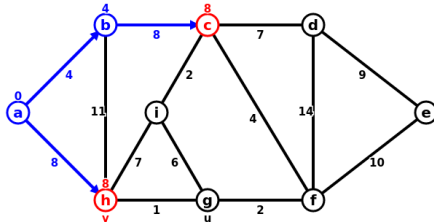
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

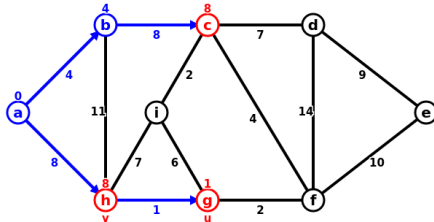
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

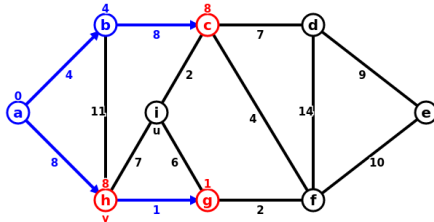
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

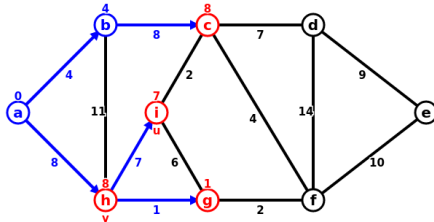
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

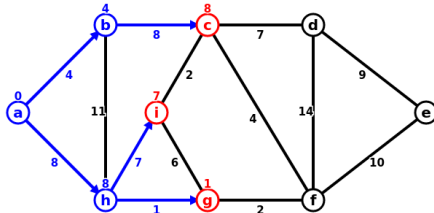
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

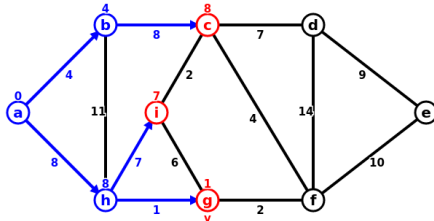
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

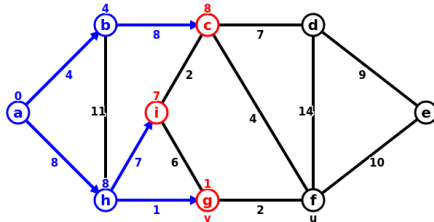
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

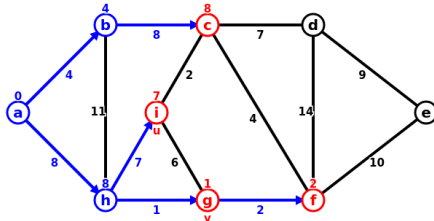
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

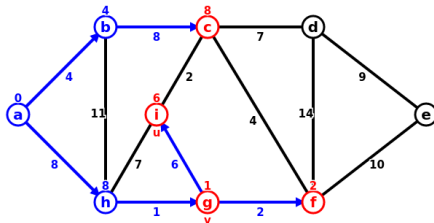
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

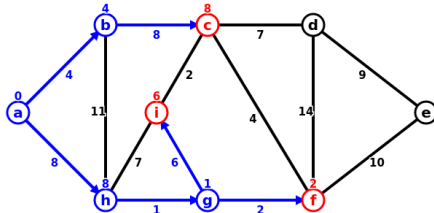
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

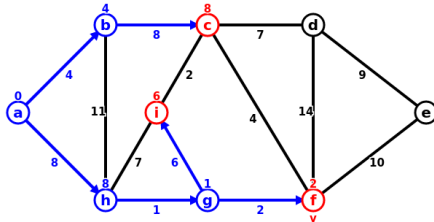
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

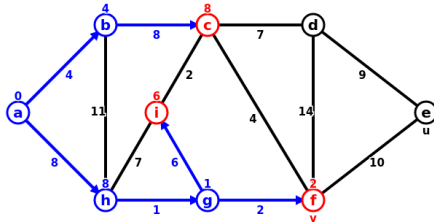
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

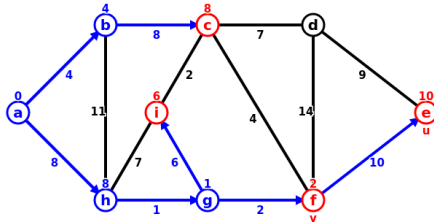
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

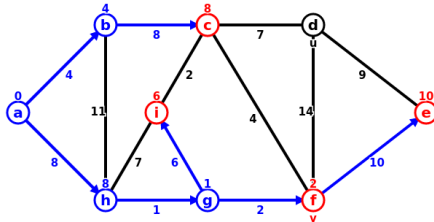
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

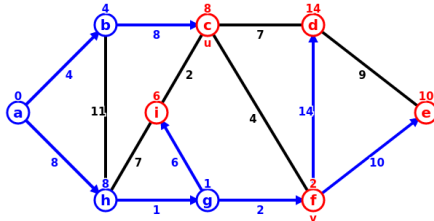
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

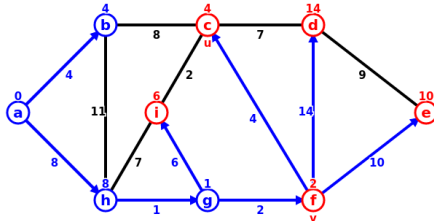
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

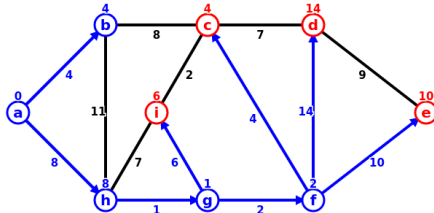
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

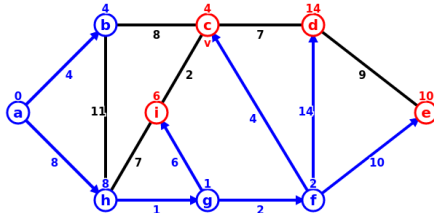
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

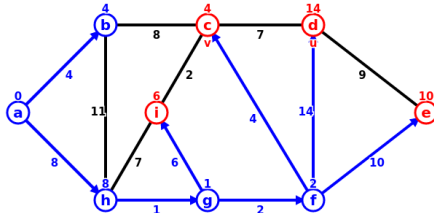
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

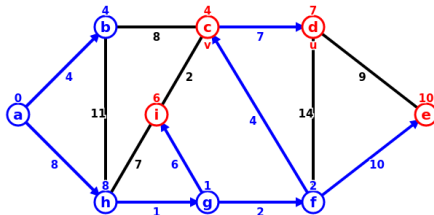


Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$
 $v.estado \leftarrow 0$
 $V \leftarrow \emptyset$
 $r \leftarrow$ um vértice de G
 $r.pai \leftarrow \Lambda$
 $r.custo \leftarrow 0$
acrescente r a V
 $r.estado \leftarrow 1$
Enquanto $V \neq \emptyset$
 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo
 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$
 Se $u.estado = 1$
 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$
 $u.pai \leftarrow v$
 $u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$
 Senão, se $u.estado = 0$
 acrescente u a V
 $u.estado \leftarrow 1$
 $u.pai \leftarrow v$
 $u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 $v.estado \leftarrow 2$

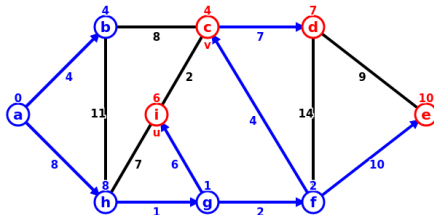


Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$
 $v.estado \leftarrow 0$
 $V \leftarrow \emptyset$
 $r \leftarrow$ um vértice de G
 $r.pai \leftarrow \Lambda$
 $r.custo \leftarrow 0$
acrescente r a V
 $r.estado \leftarrow 1$
Enquanto $V \neq \emptyset$
 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo
 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$
 Se $u.estado = 1$
 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$
 $u.pai \leftarrow v$
 $u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$
 Senão, se $u.estado = 0$
 acrescente u a V
 $u.estado \leftarrow 1$
 $u.pai \leftarrow v$
 $u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 $v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

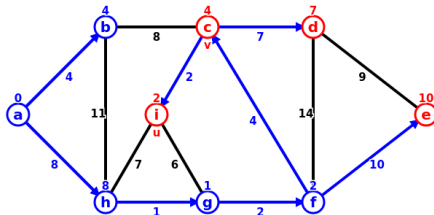
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

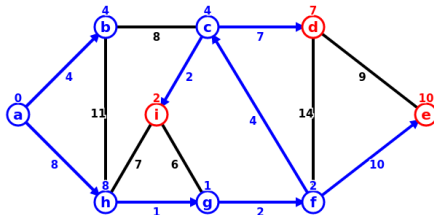
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

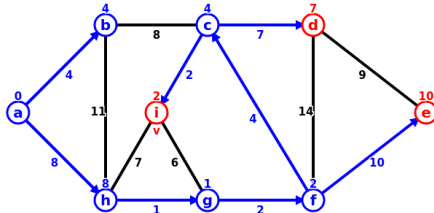
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

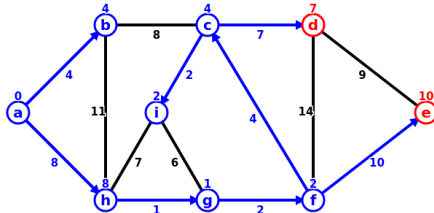
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

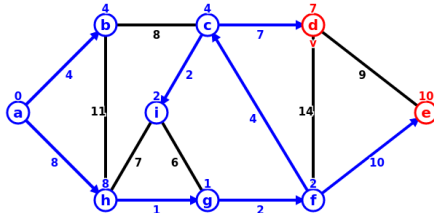
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

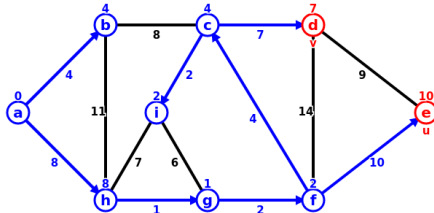
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

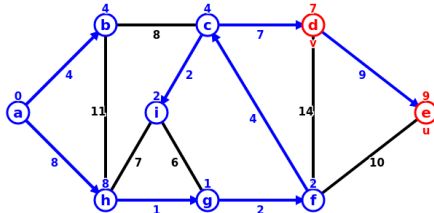
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

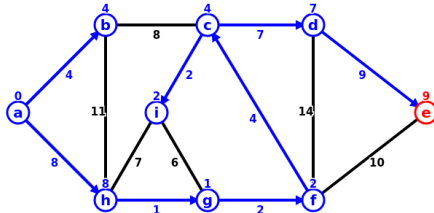
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

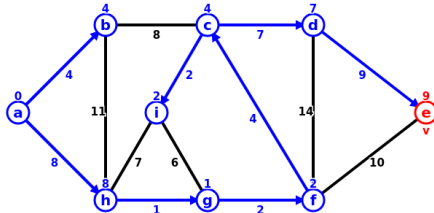
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Algoritmo de Prim

$AGM_P(G, w)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$ um vértice de G

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire de V um vértice v com $v.custo$ mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

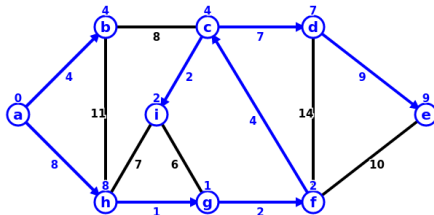
 acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Corolário 65

Corolário 65

(G, w)

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

$(|V| \leq n)$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V

$(|V| \leq n)$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V

$(|V| \leq n)$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$
4. $\leq 2m$ iterações (agregadas entre os laços externo e interno)

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 65

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

$\text{AGM}_P(G, w)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$
4. $\leq 2m$ iterações (agregadas entre os laços externo e interno)
5. tempo de execução total: $O(m \log n)$

$(|V| \leq n)$

