

Algoritmos e Teoria dos Grafos

Tópico 24: Caminhos Mínimos e o Algoritmo de Dijkstra

Renato Carmo
André Guedes
Murilo Silva

Departamento de Informática da UFPR

2023

Árvore de Caminhos Mínimos

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w)

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos: árvore enraizada (T, r)

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos: árvore enraizada (T, r) geradora de G

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos: árvore enraizada (T, r) geradora de G
 rTv é caminho mínimo em G para todo $v \in V(G)$

Teorema 66

Teorema 66

Para todo $v \in V(G)$ existe uma árvore de caminhos mínimos enraizada em v

Teorema 66

Para todo $v \in V(G)$ existe uma árvore de caminhos mínimos enraizada em v

Demonstração.

Exercício ??



Algoritmo de Dijkstra

$CM(G, w, r)$

$T \leftarrow (\{r\}, \emptyset)$

Enquanto $\partial_G(V(T)) \neq \emptyset$

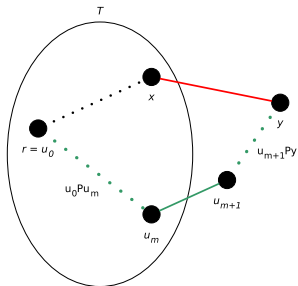
 escolha uma aresta $\{x, y\}$ em $\partial_G(V(T))$ tal que $d_T(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo

 acrescente o vértice y e a aresta $\{x, y\}$ a T

Devolva (T, r)

Teorema 67

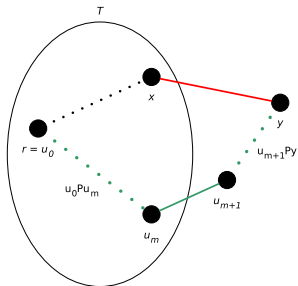
(T, r) : árvore de caminhos mínimos



Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

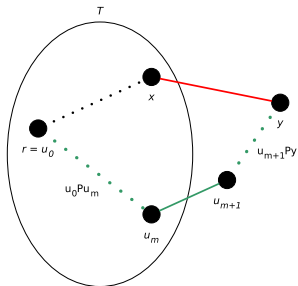


Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos



Teorema 67

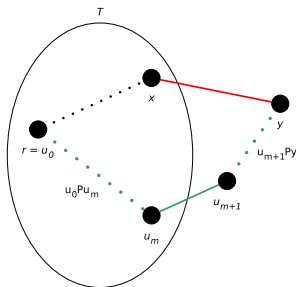
(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$$



Teorema 67

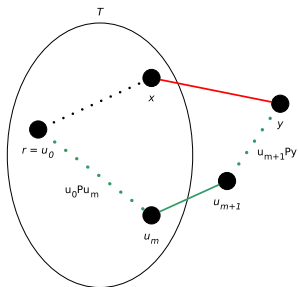
(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y



Teorema 67

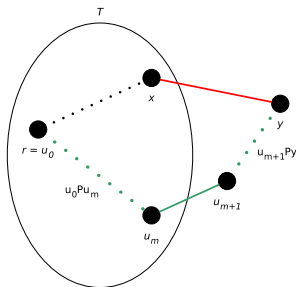
(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y



Teorema 67

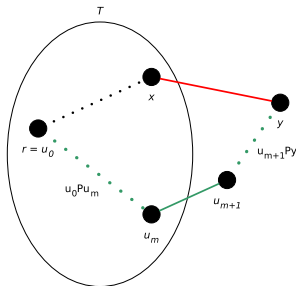
(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y
 $m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

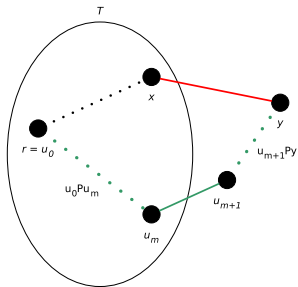
$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$

1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$



Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

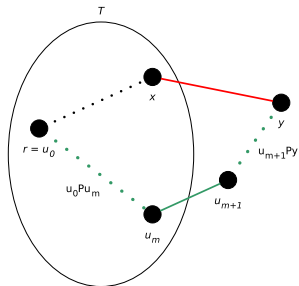
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$

2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G

Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

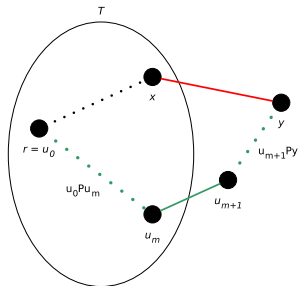
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$

2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G
 $(u_{m+1} \notin V(T))$

Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

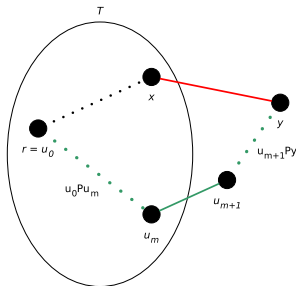
$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$

1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$
2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G
 $(u_{m+1} \notin V(T))$

$T' := T + \{x, y\}$



Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

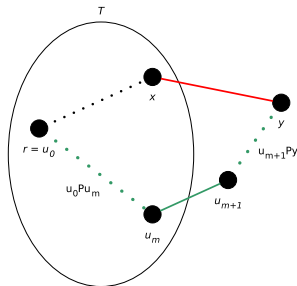
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G

2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_{m+1} \notin V(T))$

$T' := T + \{x, y\}$

pela escolha de $\{x, y\}$:

$$w(u_0 T' y) \leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\})$$

$$\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) + w(u_{m+1} P y) = w(P)$$

Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

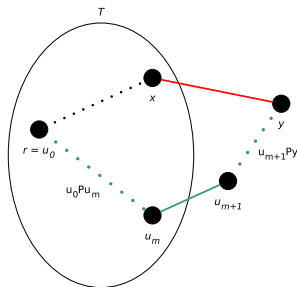
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



$$1. w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G

$$2. \{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$$

$(u_{m+1} \notin V(T))$

$T' := T + \{x, y\}$

pela escolha de $\{x, y\}$:

$$w(u_0 T' y) \leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\})$$

$$\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) + w(u_{m+1} P y) = w(P)$$

$u_0 T' y$ é caminho mínimo

Teorema 67

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

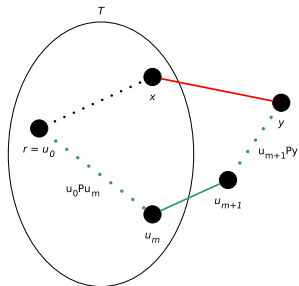
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G

2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_{m+1} \notin V(T))$

$T' := T + \{x, y\}$

pela escolha de $\{x, y\}$:

$$w(u_0 T' y) \leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\})$$

$$\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) + w(u_{m+1} P y) = w(P)$$

$u_0 T' y$ é caminho mínimo

$(P$ é caminho mínimo)



Corolário 68

$\text{CM}(G, w, r)$ devolve uma árvore de caminhos mínimos de raiz r de (G, w)

O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

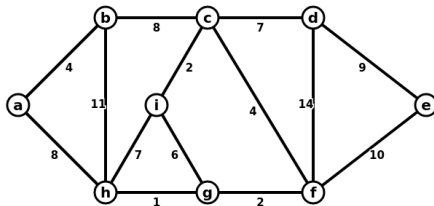
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

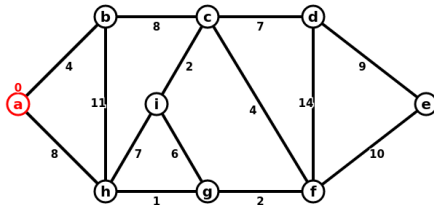
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

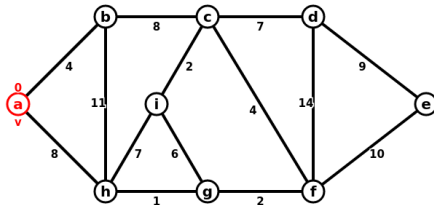
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

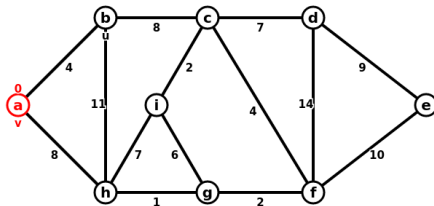
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

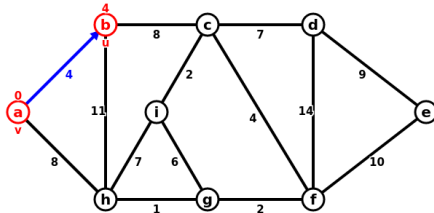
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

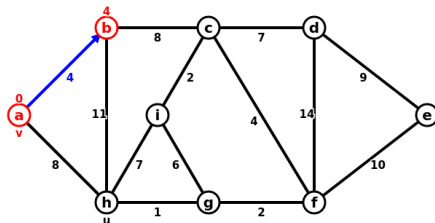
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

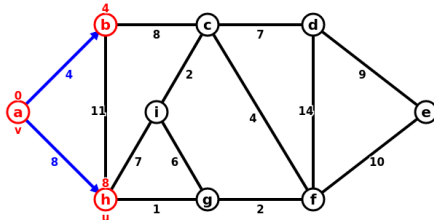
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

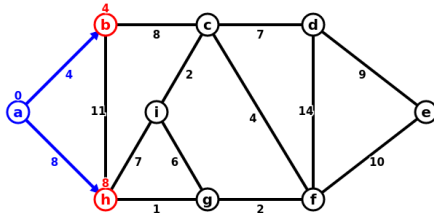
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

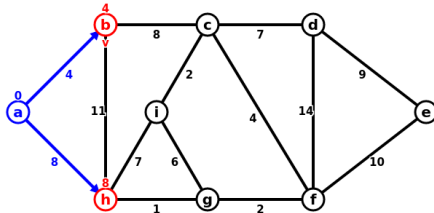
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

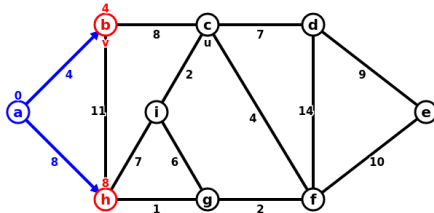
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

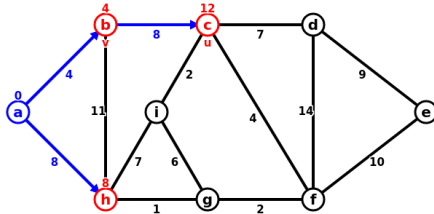
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

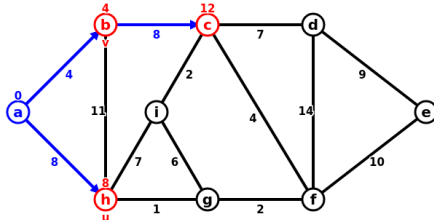
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

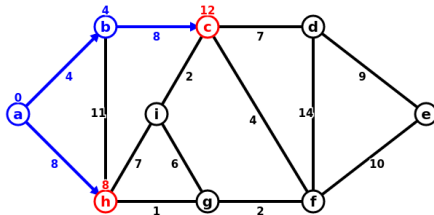
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

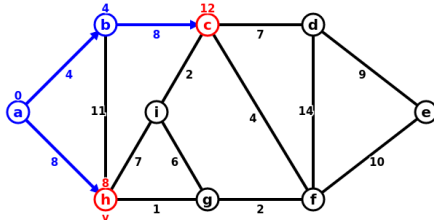
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

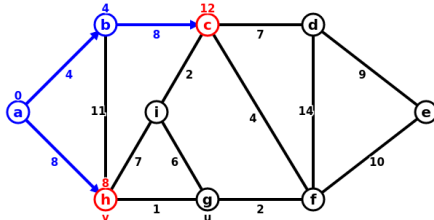
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

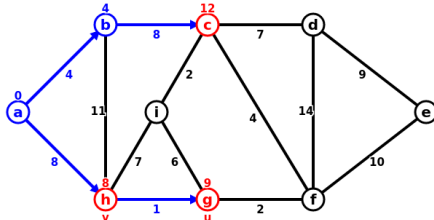
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

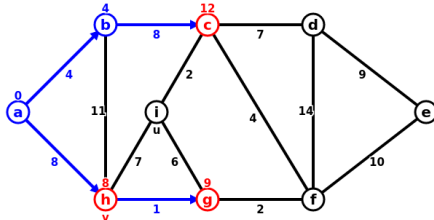
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

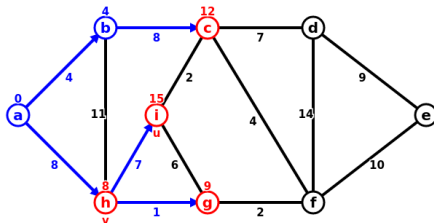
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

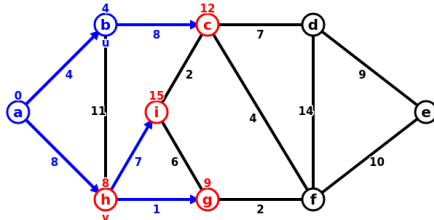
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

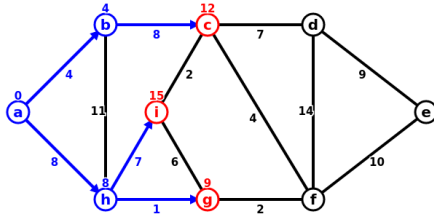
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

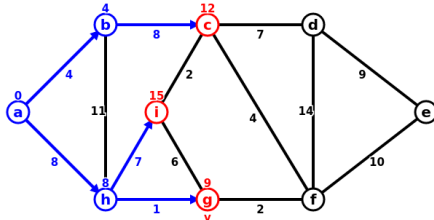
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

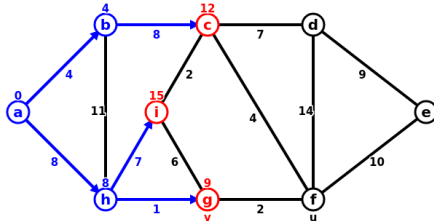
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$$\overline{\text{CM}'(G, w, r)}$$

Para cada $v \in V(G)$

```
v.estado ← 0
```

$$V \leftarrow \emptyset$$

```
r.custo ← 0
```

```
r.estado ← 1
```

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.\text{custo}$ é mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.\text{estado} = 1$

Se $v.\text{custo} + w(\{u, v\}) < u.\text{custo}$

$$u.\text{pai} \leftarrow v$$
$$u.\text{custo} \leftarrow$$
$$v.\text{custo} + w(\{u, v\})$$

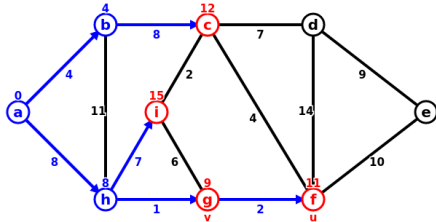
Senão, se $u.estado = 0$

$$u.pai \leftarrow v$$
$$u.\text{custo} \leftarrow v.\text{custo} + w(\{u, v\})$$

acrescente u a V

```
u.estado ← 1
```

```
v.estado ← 2
```



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

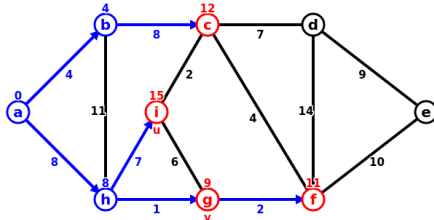
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

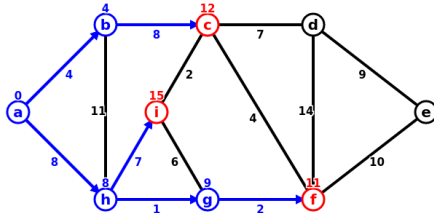
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

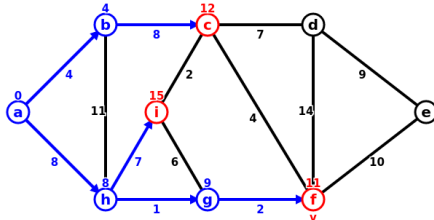
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

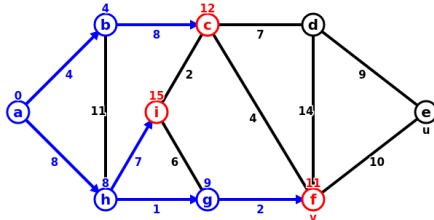
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

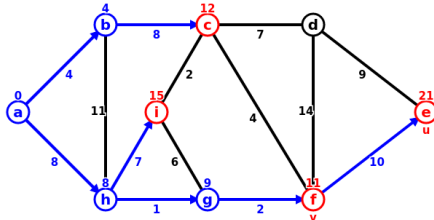
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

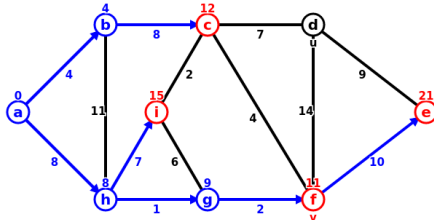
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

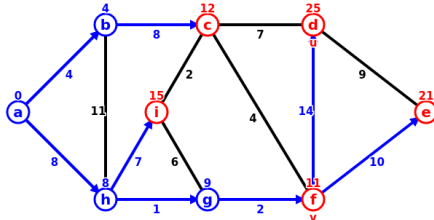
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

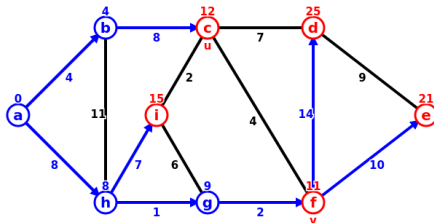
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

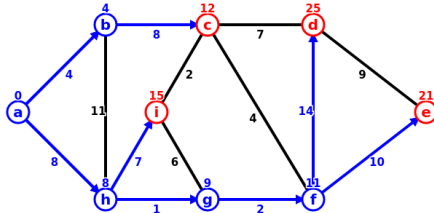
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

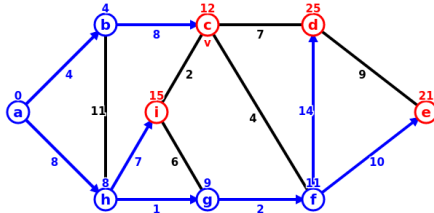
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

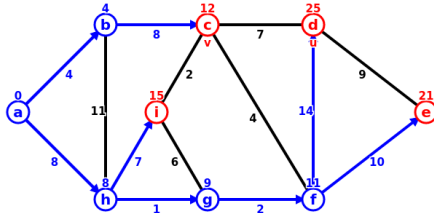
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

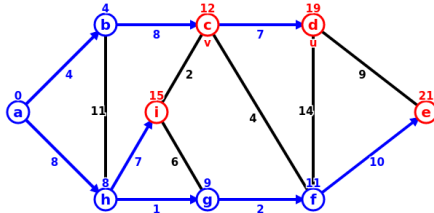
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

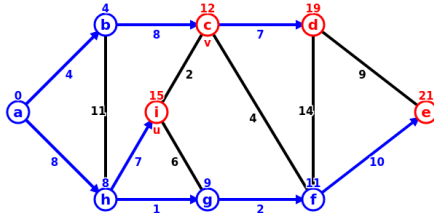
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

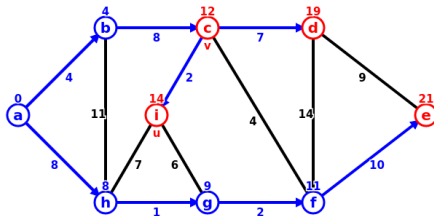
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

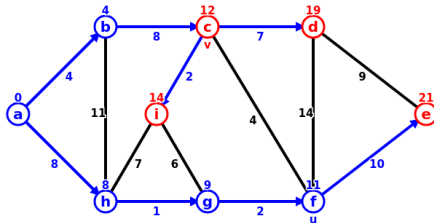
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

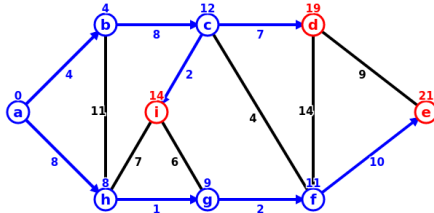
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

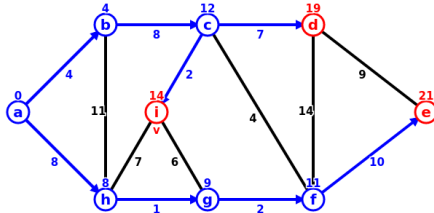
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

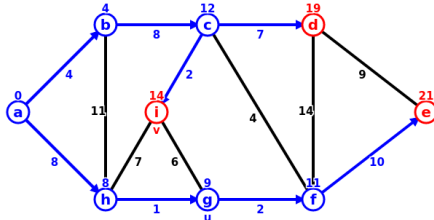
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

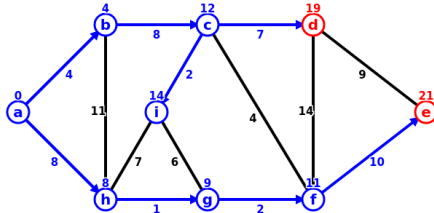
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

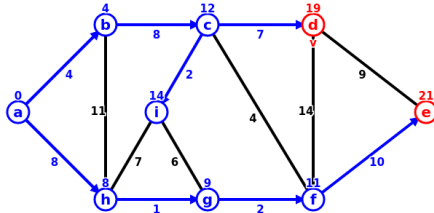
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

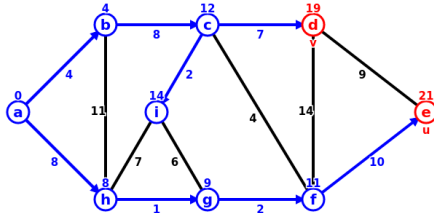
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

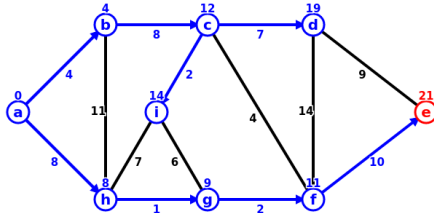
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

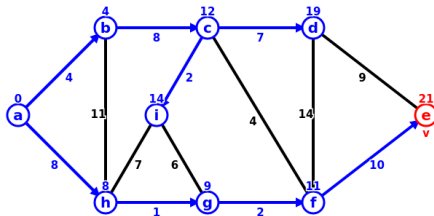
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

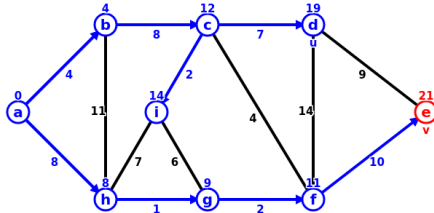
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.estado \leftarrow 1$

acrescente r a V

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire um vértice $v \in V$ tal que $v.custo$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $u.estado = 1$

 Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

 Senão, se $u.estado = 0$

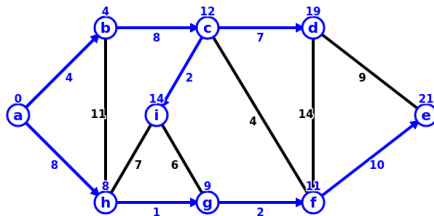
$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$v.estado \leftarrow 2$



Corolário 69

Corolário 69

(G, w)

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas
 r

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração

$(|V| \leq n)$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

$(|V| \leq n)$

2. trecho antes do laço: $O(n)$

3. cada iteração

3.1 retira um elemento v de V

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

$(|V| \leq n)$

2. trecho antes do laço: $O(n)$

3. cada iteração

3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$

$$(|V| \leq n)$$

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades $(|V| \leq n)$
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$
4. $\leq 2m$ iterações (agregadas entre os laços externo e interno)

Corolário 69

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(1)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$
4. $\leq 2m$ iterações (agregadas entre os laços externo e interno)
5. tempo de execução total: $O(m \log n)$

$$(|V| \leq n)$$



Corolário 70

G

Corolário 70

G : grafo com n vértices e m arestas

Corolário 70

G : grafo com n vértices e m arestas

É possível computar em tempo $O(nm \log n)$

Corolário 70

G : grafo com n vértices e m arestas

É possível computar em tempo $O(nm \log n)$

1. distâncias entre todos os pares de vértices de G

Corolário 70

G : grafo com n vértices e m arestas

É possível computar em tempo $O(nm \log n)$

1. distâncias entre todos os pares de vértices de G
2. diâmetro de G