Algoritmos e Teoria dos Grafos

Tópico 27: Emparelhamentos

Renato Carmo
André Guedes
Murilo Silva

Departamento de Informática da UFPR

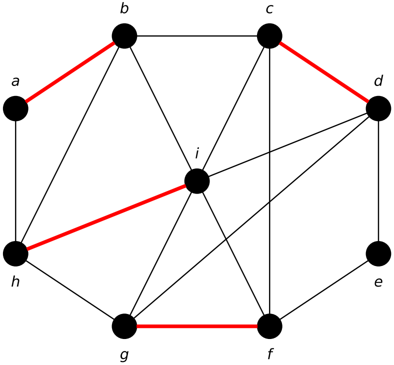
2023

Emparelhamentos

Um **emparelhamento** ("matching") em um grafo G é um conjunto de arestas de G sem vértices em comum.

Emparelhamentos

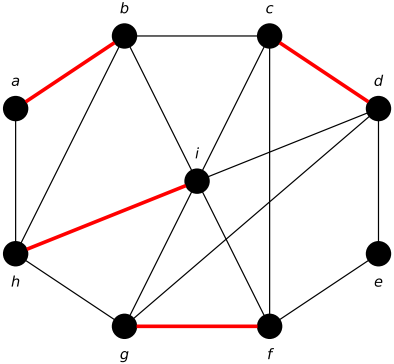
Um **emparelhamento** ("matching") em um grafo G é um conjunto de arestas de G sem vértices em comum.



- Emparelhamentos e bijeções

Emparelhamentos

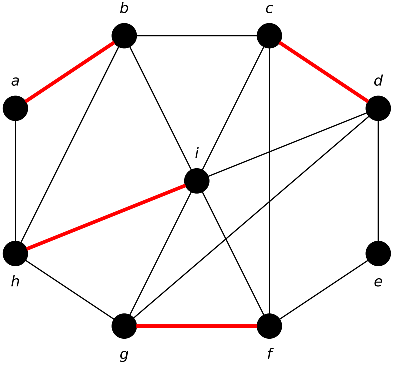
Um **emparelhamento** ("matching") em um grafo G é um conjunto de arestas de G sem vértices em comum.



- Emparelhamentos e bijeções
- Designação ("assignment").

Emparelhamentos

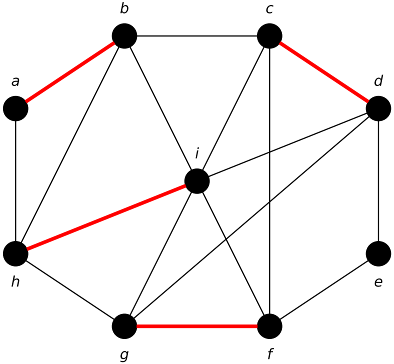
Um **emparelhamento** ("matching") em um grafo G é um conjunto de arestas de G sem vértices em comum.



- Emparelhamentos e bijeções
- Designação ("assignment").
- Emparelhamentos em grafos com pesos.

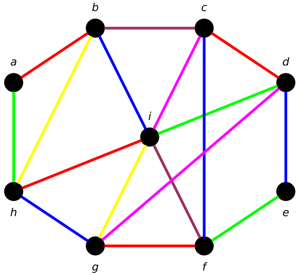
Emparelhamentos

Um **emparelhamento** ("matching") em um grafo G é um conjunto de arestas de G sem vértices em comum.

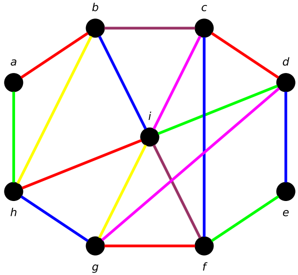


- Emparelhamentos e bijeções
- Designação ("assignment").
- Emparelhamentos em grafos com pesos.
- Emparelhamentos estáveis.

Coloração de Arestas

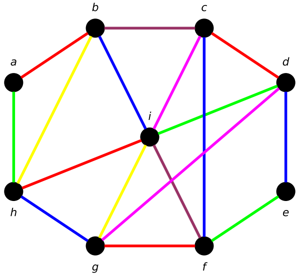


Coloração de Arestas



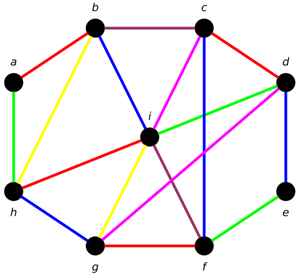
Coloração das arestas de um grafo G:

Coloração de Arestas



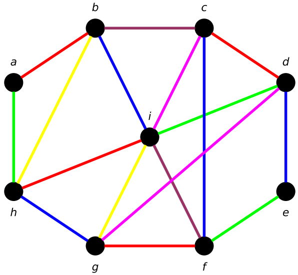
Coloração das arestas de um grafo G: partição de $E(G)$ em emparelhamentos.

Coloração de Arestas



Coloração das arestas de um grafo G: partição de $E(G)$ em emparelhamentos. Cada emparelhamento é uma **cor** da coloração.

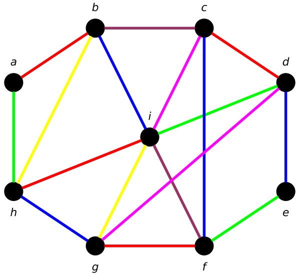
Coloração de Arestas



Coloração das arestas de um grafo G: partição de $E(G)$ em emparelhamentos. Cada emparelhamento é uma **cor** da coloração.

Índice cromático de G ($\chi'(G)$):

Coloração de Arestas



Coloração das arestas de um grafo G: partição de $E(G)$ em emparelhamentos. Cada emparelhamento é uma **cor** da coloração.

Índice cromático de G ($\chi'(G)$): menor número de cores distintas necessário para colorir as arestas de um grafo.

Teoremas

Teorema (Vizing, 1964)

Todo grafo G admite uma coloração de suas arestas em $\Delta(G)+1$ cores e essa coloração pode ser computada em tempo polinomial.

Teoremas

Teorema (Vizing, 1964)

Todo grafo G admite uma coloração de suas arestas em $\Delta(G) + 1$ cores e essa coloração pode ser computada em tempo polinomial.

Teorema (Holyer, 1981)

Decidir se as arestas de um grafo G podem ser coloridas com $\Delta(G)$ cores é um problema $\mathcal{NP}$-difícil.

Caminho M–aumentante

Dado um emparelhamento M de um grafo G:

- M **cobre** o vértice v (ou v é **coberto** por M) se v é ponta de alguma aresta de M.

Caminho M–aumentante

Dado um emparelhamento M de um grafo G:

- M **cobre** o vértice v (ou v é **coberto** por M) se v é ponta de alguma aresta de M. Caso contrário, v é **descoberto** por M.

Caminho M–aumentante

Dado um emparelhamento M de um grafo G:

- M **cobre** o vértice v (ou v é **coberto** por M) se v é ponta de alguma aresta de M. Caso contrário, v é **descoberto** por M.
- M **cobre** $X \subseteq V(G)$ se $v \in e,$ para todo $v \in X,$ para algum $e \in M$.

Caminho M–aumentante

Dado um emparelhamento M de um grafo G:

- M **cobre** o vértice v (ou v é **coberto** por M) se v é ponta de alguma aresta de M. Caso contrário, v é **descoberto** por M.
- M **cobre** $X \subseteq V(G)$ se $v \in e,$ para todo $v \in X,$ para algum $e \in M$.
- Um caminho $(v_0, \ldots, v_n)$ é um **caminho** M**–alternante** em G se suas arestas estão ou não em M de maneira alternada,

Caminho M–aumentante

Dado um emparelhamento M de um grafo G:

- M **cobre** o vértice v (ou v é **coberto** por M) se v é ponta de alguma aresta de M. Caso contrário, v é **descoberto** por M.

- M **cobre** $X \subseteq V(G)$ se $v \in e,$ para todo $v \in X,$ para algum $e \in M$.

- Um caminho $(v_0, \ldots, v_n)$ é um **caminho** M**–alternante** em G se suas arestas estão ou não em M de maneira alternada, isto é, se

$$\{v_{i-1}, v_i\} \in M \text{ se e somente se } \{v_i, v_{i+1}\} \notin M, \text{ para todo } 1 \leq i < n.$$

Caminho M–aumentante

Dado um emparelhamento M de um grafo G:

- M **cobre** o vértice v (ou v é **coberto** por M) se v é ponta de alguma aresta de M. Caso contrário, v é **descoberto** por M.

- M **cobre** $X \subseteq V(G)$ se $v \in e,$ para todo $v \in X,$ para algum $e \in M$.

- Um caminho $(v_0, \ldots, v_n)$ é um **caminho** M–**alternante** em G se suas arestas estão ou não em M de maneira alternada, isto é, se

$$\{v_{i-1}, v_i\} \in M \text{ se e somente se } \{v_i, v_{i+1}\} \notin M, \text{ para todo } 1 \leq i < n.$$

- Uma árvore T é M–**alternante** com relação a um vértice $r \in V(T)$ se o caminho de rTv é M–alternante para todo $v \in V(T)$.

Caminho M–aumentante

Dado um emparelhamento M de um grafo G:

- M **cobre** o vértice v (ou v é **coberto** por M) se v é ponta de alguma aresta de M. Caso contrário, v é **descoberto** por M.
- M **cobre** $X \subseteq V(G)$ se $v \in e,$ para todo $v \in X,$ para algum $e \in M$.
- Um caminho $(v_0, \ldots, v_n)$ é um **caminho** M**–alternante** em G se suas arestas estão ou não em M de maneira alternada, isto é, se

$$\{v_{i-1}, v_i\} \in M \text{ se e somente se } \{v_i, v_{i+1}\} \notin M, \text{ para todo } 1 \leq i < n.$$

- Uma árvore T é M**–alternante** com relação a um vértice $r \in V(T)$ se o caminho de rTv é M–alternante para todo $v \in V(T)$.
- Um caminho M–alternante é M**–aumentante** se suas pontas não são cobertas por M.

Diferença simétrica

Dados dois conjuntos A e B, a **diferença simétrica** de A e B é

Diferença simétrica

Dados dois conjuntos A e B, a **diferença simétrica** de A e B é

$$A \oplus B := (A \cup B) \setminus (B \cap A).$$

Diferença simétrica

Dados dois conjuntos A e B, a **diferença simétrica** de A e B é

$$A \oplus B := (A \cup B) \setminus (B \cap A).$$

Alternativamente, temos que

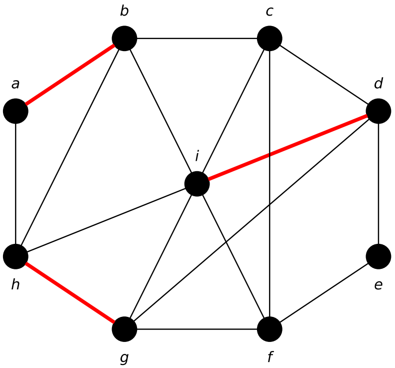
$$A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

Teorema 90

Se M é um emparelhamento em um grafo G e C é um caminho M–aumentante em G, então o conjunto $M \oplus E(C)$ é um emparelhamento de tamanho $|M| + 1$ em G.

Teorema 90

Se M é um emparelhamento em um grafo G e C é um caminho M–aumentante em G, então o conjunto $M \oplus E(C)$ é um emparelhamento de tamanho $|M| + 1$ em G.

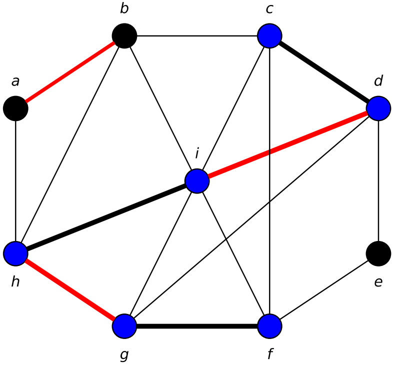


Demonstração.

Exercício 126 $\square$

Teorema 90

Se M é um emparelhamento em um grafo G e C é um caminho M–aumentante em G, então o conjunto $M \oplus E(C)$ é um emparelhamento de tamanho $|M| + 1$ em G.

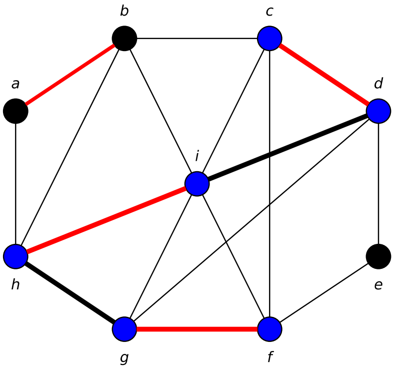


Demonstração.

Exercício 126 □

Teorema 90

Se M é um emparelhamento em um grafo G e C é um caminho M–aumentante em G, então o conjunto $M \oplus E(C)$ é um emparelhamento de tamanho $|M| + 1$ em G.

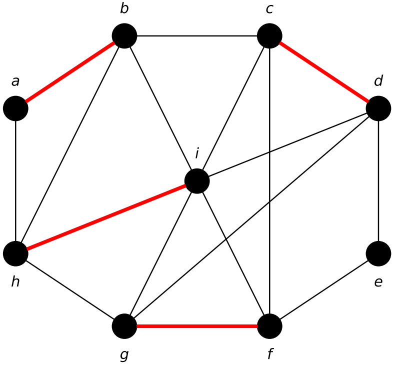


Demonstração.

Exercício 126 $\square$

Teorema 90

Se M é um emparelhamento em um grafo G e C é um caminho M–aumentante em G, então o conjunto $M \oplus E(C)$ é um emparelhamento de tamanho $|M| + 1$ em G.



Demonstração.

Exercício 126 $\square$

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante,

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).
2. Seja M^* um emparelhamento e $|M^*| > |M|$ e seja $H := G[M \oplus M^*]$.

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).
2. Seja M^* um emparelhamento e $|M^*| > |M|$ e seja $H := G[M \oplus M^*]$.
   2.1 $\Delta(H) \leq 2$ e daí

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).
2. Seja M^* um emparelhamento e $|M^*| > |M|$ e seja $H := G[M \oplus M^*]$.
   2.1 $\Delta(H) \leq 2$ e daí
   2.2 Cada componente de H é um ciclo ou um caminho

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).
2. Seja M^* um emparelhamento e $|M^*| > |M|$ e seja $H := G[M \oplus M^*]$.
   2.1 $\Delta(H) \leq 2$ e daí
   2.2 Cada componente de H é um ciclo ou um caminho (Ex. 61).

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).
2. Seja M^* um emparelhamento e $|M^*| > |M|$ e seja $H := G[M \oplus M^*]$.
   2.1 $\Delta(H) \leq 2$ e daí
   2.2 Cada componente de H é um ciclo ou um caminho (Ex. 61).
   2.3 Os ciclos tem que ser pares porque M e M^* são emparelhamentos.

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).
2. Seja M^* um emparelhamento e $|M^*| > |M|$ e seja $H := G[M \oplus M^*]$.
   2.1 $\Delta(H) \leq 2$ e daí
   2.2 Cada componente de H é um ciclo ou um caminho (Ex. 61).
   2.3 Os ciclos tem que ser pares porque M e M^* são emparelhamentos.
   2.4 Como $|M^*| > |M|$, então um componente de H tem que ser um caminho C com as pontas cobertas por M^*.

Teorema de Berge (1967)

O emparelhamento M é máximo no grafo G se e somente se não existe caminho M–aumentante em G.

Demonstração.

1. Se C é um caminho M–aumentante, então $|M \oplus E(C)| > |M|$ (T. 90).
2. Seja M^* um emparelhamento e $|M^*| > |M|$ e seja $H := G[M \oplus M^*]$.
   - 2.1 $\Delta(H) \leq 2$ e daí
   - 2.2 Cada componente de H é um ciclo ou um caminho (Ex. 61).
   - 2.3 Os ciclos tem que ser pares porque M e M^* são emparelhamentos.
   - 2.4 Como $|M^*| > |M|$, então um componente de H tem que ser um caminho C com as pontas cobertas por M^*.
   - 2.5 Neste caso, C é um caminho M–aumentante em G.

□

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$ (vértices a distância par de x em T).

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   - 2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   - 2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$ (vértices a distância par de x em T).
   - 2.3 x é o único vértice de T não coberto por M

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   - 2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   - 2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$ (vértices a distância par de x em T).
   - 2.3 x é o único vértice de T não coberto por M e T tem um número ímpar de vértices.

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$ (vértices a distância par de x em T).
   2.3 x é o único vértice de T não coberto por M e T tem um número ímpar de vértices.
   2.4 $\Gamma_T(P) = V(T) - P$

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   - 2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   - 2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$ (vértices a distância par de x em T).
   - 2.3 x é o único vértice de T não coberto por M e T tem um número ímpar de vértices.
   - 2.4 $\Gamma_T(P) = V(T) - P$ e como $x \in P$, $|P| > |\Gamma_T(P)|$.

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   - 2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   - 2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$ (vértices a distância par de x em T).
   - 2.3 x é o único vértice de T não coberto por M e T tem um número ímpar de vértices.
   - 2.4 $\Gamma_T(P) = V(T) - P$ e como $x \in P$, $|P| > |\Gamma_T(P)|$.
   - 2.5 Como $\Gamma_T(P) = \Gamma_G(P)$, portanto

Teorema de Hall (1935)

Um grafo bipartido G com bipartição $\{A, B\}$ e seja $X \subseteq A$. O grafo G tem um emparelhamento que cobre X se e somente se

$$|S| \leq |\Gamma_G(S)|, \text{ para todo } S \subseteq X.$$

Demonstração.

1. Se emparelhamento M cobre X, então $|S| \leq |\Gamma_G(S)|$, para todo $S \subseteq X$.
2. Suponha que não existe emparelhamento que cubra X. Vamos provar que existe um conjunto $S \subseteq X$ para o qual $|S| > |\Gamma_G(S)|$.
   2.1 Seja M emparelhamento máximo, $x \in X$ um vértice não coberto por M e T uma árvore M–alternante maximal com relação a x.
   2.2 $P := \{v \in V(T) \mid d_T(x, v) \text{ é par}\}$ (vértices a distância par de x em T).
   2.3 x é o único vértice de T não coberto por M e T tem um número ímpar de vértices.
   2.4 $\Gamma_T(P) = V(T) - P$ e como $x \in P$, $|P| > |\Gamma_T(P)|$.
   2.5 Como $\Gamma_T(P) = \Gamma_G(P)$, portanto
   2.6 $|P| > |\Gamma_G(P)|$.

$\square$

Algoritmo de emparelhamento

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()

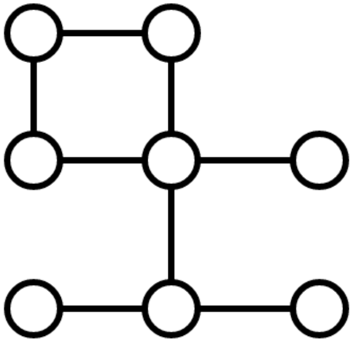
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



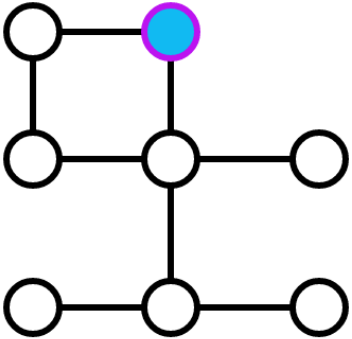
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



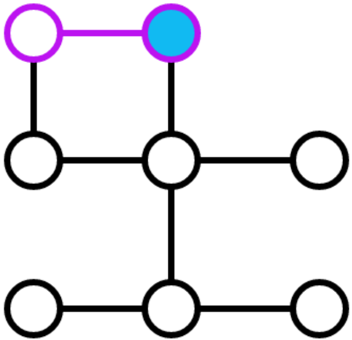
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



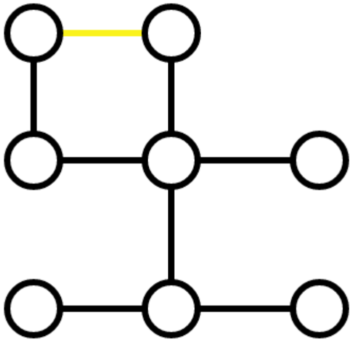
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



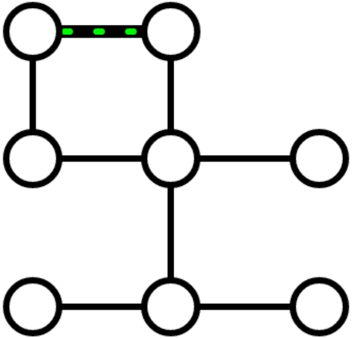
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
  Se v **não é coberto por** M
    $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
    Se C **não é vazio**
      $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
  $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
  $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
  acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
  Se w **não está coberto por** M
    Devolva vTw
  Senão
    acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
    acrescente t a P
Devolva ()



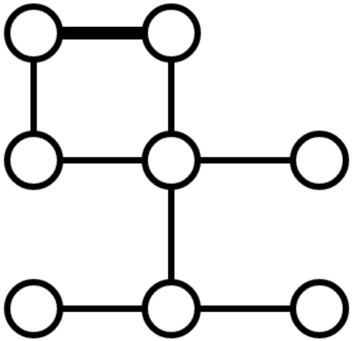
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



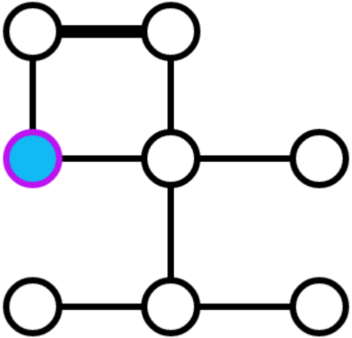
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



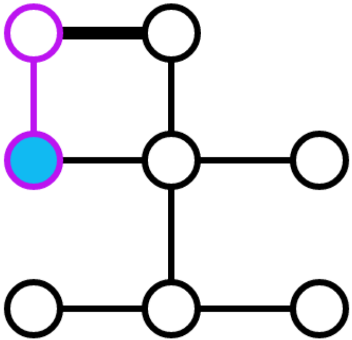
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



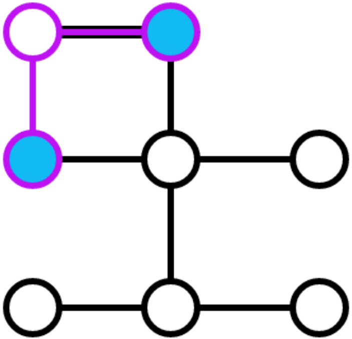
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



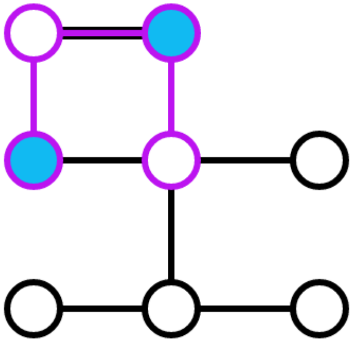
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
  Se v **não é coberto por** M
    $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
    Se C **não é vazio**
      $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
  $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
  $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
  acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
  Se w **não está coberto por** M
    Devolva vTw
  Senão
    acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
    acrescente t a P
Devolva ()



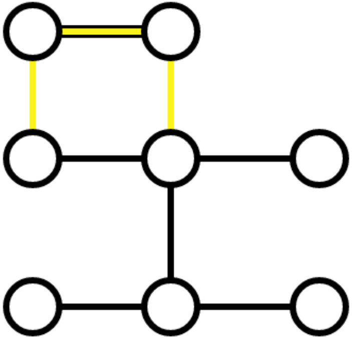
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



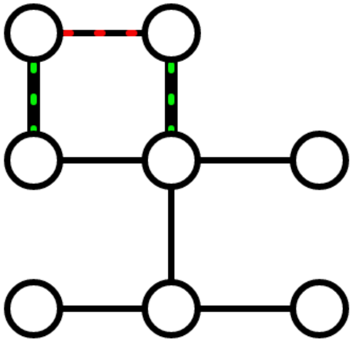
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
  Se v **não é coberto por** M
    $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
    Se C **não é vazio**
      $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
  $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
  $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
  acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
  Se w **não está coberto por** M
    Devolva vTw
  Senão
    acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
    acrescente t a P
Devolva ()



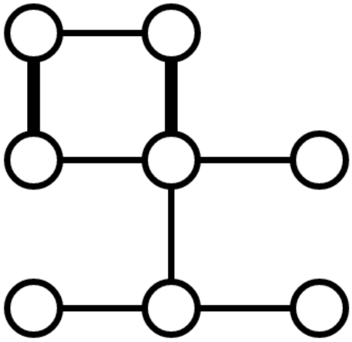
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



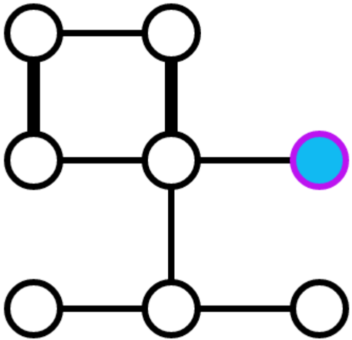
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



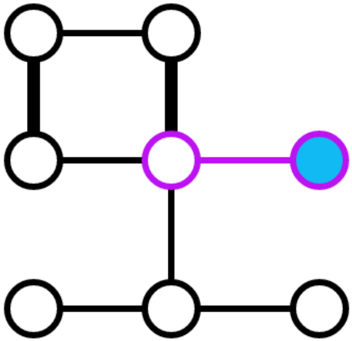
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



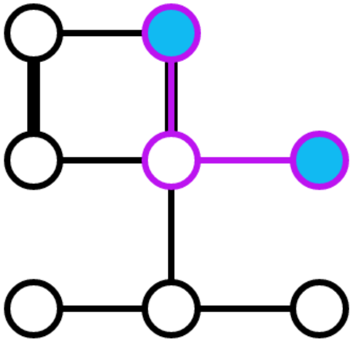
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



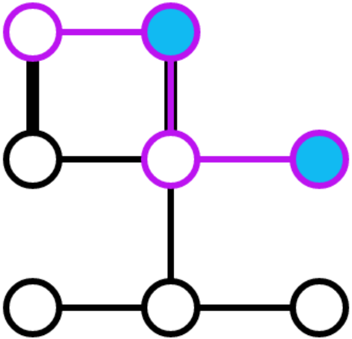
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



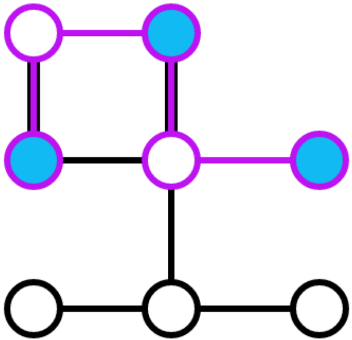
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



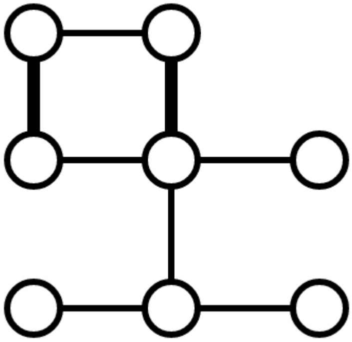
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



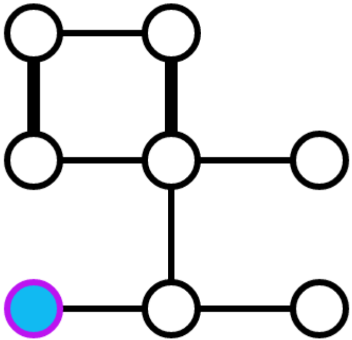
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



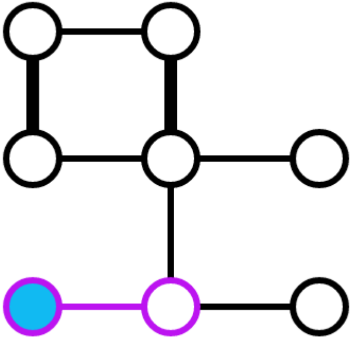
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



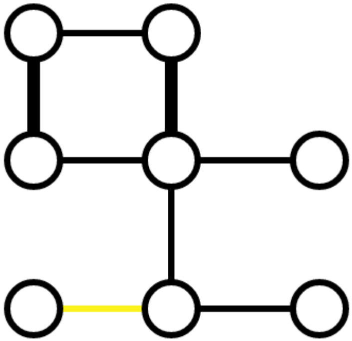
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
  Se v **não é coberto por** M
    $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
    Se C **não é vazio**
      $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
  $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
  $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
  acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
  Se w **não está coberto por** M
    Devolva vTw
  Senão
    acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
    acrescente t a P
Devolva ()



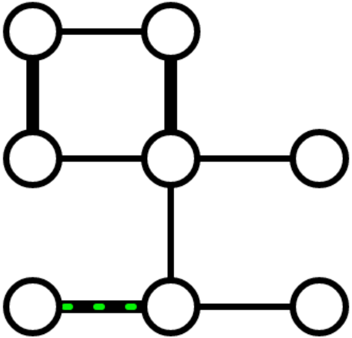
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



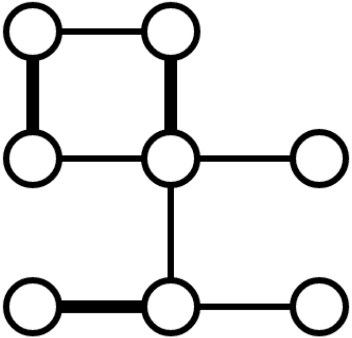
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



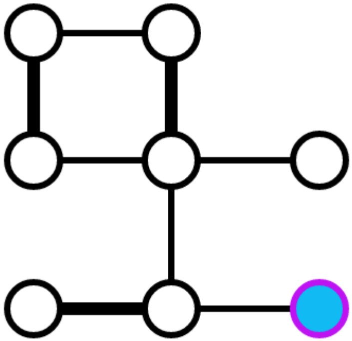
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



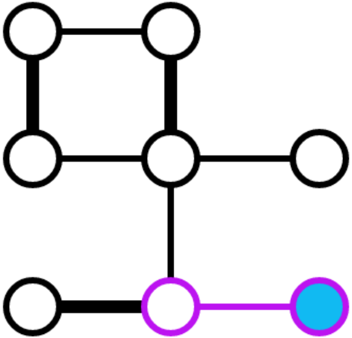
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



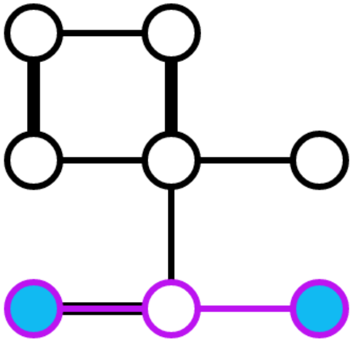
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



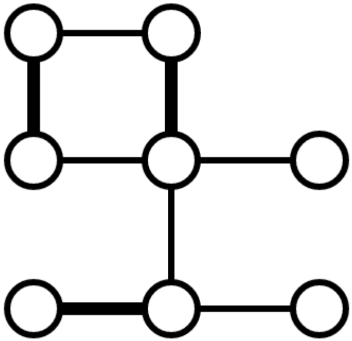
Algoritmo de emparelhamento - Execução

EmparelhamentoMaximo(G)

$M \leftarrow \emptyset$
Para **cada** $v \in V(G)$
    Se v **não é coberto por** M
        $C \leftarrow$ CaminhoAumentante(G,M,v)
        Se C **não é vazio**
            $M \leftarrow M \oplus C$
Devolva M

CaminhoAumentante(G, M, v)

$T \leftarrow (\{v\}, \emptyset)$
$P \leftarrow \{v\}$
Enquanto $\Gamma_G(P) - V(T) \neq \emptyset$
    $w \leftarrow$ um vértice em $\Gamma_G(P) - V(T)$
    $u \leftarrow$ um vizinho de w em T
    acrescente a aresta $\{u, w\}$ a T
    Se w **não está coberto por** M
        Devolva vTw
    Senão
        acrescente a T a aresta $\{w, t\}$ de M que cobre w
        acrescente t a P
Devolva ()



Teorema 93

É possível computar um emparelhamento máximo de um grafo bipartido com n vértices e m arestas em tempo $O(nm)$.

Teorema 93

É possível computar um emparelhamento máximo de um grafo bipartido com n vértices e m arestas em tempo $O(nm)$.

Demonstração.

1. CaminhoAumentante(G, M, v), pode ser implementado como uma busca em largura adaptada.

Teorema 93

É possível computar um emparelhamento máximo de um grafo bipartido com n vértices e m arestas em tempo $O(nm)$.

Demonstração.

1. CaminhoAumentante(G, M, v), pode ser implementado como uma busca em largura adaptada.
2. Todas as operações no seu laço podem ser executadas em tempo $O(1)$ e o algoritmo pode ser executado em tempo $O(m)$.

Teorema 93

É possível computar um emparelhamento máximo de um grafo bipartido com n vértices e m arestas em tempo $O(nm)$.

Demonstração.

1. CaminhoAumentante(G, M, v), pode ser implementado como uma busca em largura adaptada.
2. Todas as operações no seu laço podem ser executadas em tempo $O(1)$ e o algoritmo pode ser executado em tempo $O(m)$.
3. CaminhoAumentante(G, M, v) é invocado no máximo $\lceil n/2 \rceil$ vezes.

Teorema 93

É possível computar um emparelhamento máximo de um grafo bipartido com n vértices e m arestas em tempo $O(nm)$.

Demonstração.

1. CaminhoAumentante(G, M, v), pode ser implementado como uma busca em largura adaptada.
2. Todas as operações no seu laço podem ser executadas em tempo $O(1)$ e o algoritmo pode ser executado em tempo $O(m)$.
3. CaminhoAumentante(G, M, v) é invocado no máximo $\lceil n/2 \rceil$ vezes.
4. O valor de $M \oplus C$ no laço de EmparelhamentoMaximo(G) pode ser computado em tempo $O(m)$.

$\square$