CI1238 - Otimização

Aula 03 - Espaço de busca

Professor Murilo V. G. da Silva

Departamento de Informática
Universidade Federal do Paraná

21/03/2023

Espaço de Busca

Seja Π um problema de otimização com **espaço de busca** U .

Considere $S \subseteq U$ (por exmplo, S pode ser o conjunto das soluções viáveis)

Definição: *Vizinhança* no espaço de busca

Seja $x \in S$. Uma *vizinhança* de x em S , denotada $N(x)$ é

- ▶ um subconjunto de S
- ▶ definido por uma função $N: U \rightarrow 2^S$.
- ▶ a rigor, teríamos que indexar a função com o conjunto S , como em $N_S(x)$, mas S estará sempre claro no contexto.

Exemplo: Problema com soluções viáveis em $\mathbb{R}^2$

Uma vizinhança natural de $x \in \mathbb{R}^2$ pode ser a seguinte:

- ▶ Dado $\epsilon \in \mathbb{R}$ qualquer
- ▶ Considere a distância euclidiana $d(x, y)$ para pontos de $\mathbb{R}^2$, i.e., para $x = (x_1, x_2)$ e $y = (y_1, y_2)$, $d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$

Defina $N_\epsilon(x) = \{y \mid d(x, y) \leq \epsilon\}$.

Definição auxiliar

2-swap: Considere uma permutação $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)$ de $[1..n]$,

- ▶ a permutação $\pi' = (\pi'_1, \dots, \pi'_n)$ é um 2-swap de π se

Para algum $j \in [1..n]$

- ▶ $\pi'_j = \pi_{j+1}, \pi'_{j+1} = \pi_j$.
- ▶ para $i = 1, \dots, j - 1, \pi'_i = \pi_i$.
- ▶ para $i = j + 2, \dots, n, \pi'_i = \pi_i$.

(Relembre que $\pi_{n+1} = \pi_1$)

Espaço de Busca

Exemplo: CAIXEIRO VIAJANTE

Seja M uma matriz de dimensão n , instância do problema CAIXEIRO.

Seja U um espaço de busca para esta instância.

Uma vizinhança para uma permutação p , conhecida como *vizinhança 2-swap*, é

$$N_2(p) = \{q \mid q \text{ é um 2-swap de } p\}.$$

Espaço de Busca

Exemplo: CAIXEIRO VIAJANTE

Seja M uma matriz de dimensão n , instância do problema CAIXEIRO.

Seja $S \subseteq U$ o conjunto de soluções viáveis para esta instância.

Seja G o grafo da matriz M e seja p um circuito de G .

Podemos também definir uma vizinhança de p em S :

$$N_2(p) = \{q \mid q \text{ é um circuito que é um 2-swap de } p\}.$$

Ótimos locais e ótimos globais

Seja S um conjunto de soluções viáveis de um Problema de minimização Π

- ▶ Seja $f: S \rightarrow \mathbb{R}$ a função objetivo
- ▶ Para $x \in S$, seja $N(x)$ uma vizinhança de x

Dizemos que $x \in S$ é um *mínimo local* de S se, $\forall y \in N(x)$, $f(x) \leq f(y)$.

Dizemos que $x \in S$ é um *mínimo global* de S se, para todo $y \in S$, $f(x) \leq f(y)$.

- ▶ *Máximos locais/globais*: análogos para problemas de maximização.
- ▶ *Ótimo local* e *ótimo global*: termos mais gerais.