

**QUESTÃO 1:** A base padrão (base computacional) para um sistema com dois qubits é  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ ? Verdadeiro ou Falso?

**QUESTÃO 2:** Todo sistema de dois qubits pode ser escrito como  $(a|0\rangle + b|1\rangle)(c|0\rangle + d|1\rangle)$ , onde  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ . Em caso afirmativo, prove. Em caso negativo, forneça um contra-exemplo.

**QUESTÃO 3:** Dois qubits estão emaranhados se o sistema pode ser escrito como  $(a|0\rangle + b|1\rangle)(c|0\rangle + d|1\rangle)$ , onde  $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ . Verdadeiro ou falso?

**QUESTÃO 4:** Para quaisquer  $a, b \in \mathbb{C}$ ,  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ , é verdade que  $a|00\rangle + b|11\rangle = a|++\rangle + b|--\rangle$ ? Justifique sua resposta.

**QUESTÃO 5:** Calcule o produto interno  $(\frac{3}{5}|0\rangle - \frac{4}{5}|1\rangle, |+\rangle)$ . Com isso em mãos, calcule a probabilidade de se obter  $+$  fazendo uma medida de um sistema quântico  $|\Psi\rangle = \frac{3}{5}|0\rangle - \frac{4}{5}|1\rangle$  na base  $|+\rangle, |-\rangle$ .

**QUESTÃO 6:** Reescreva  $\frac{3}{5}|0\rangle - \frac{4}{5}|1\rangle$  na base  $|+\rangle, |-\rangle$ .

**QUESTÃO 7:** Suponha que um qubit está no estado  $|\phi\rangle = a|0\rangle + \sqrt{1-a^2}|1\rangle$  onde  $a \in [-1, 1]$ . Se primeiro fazemos uma medida na base padrão e depois medimos na base  $|u\rangle, |u^\perp\rangle$ , onde  $|u\rangle = b|0\rangle + \sqrt{1-b^2}|1\rangle$ , para algum  $b \in [-1, 1]$ , qual é a probabilidade de que o resultado da segunda medida seja  $u$ , em termos de  $a$  e  $b$ ?

**QUESTÃO 8:** Quais conjuntos de vetores abaixo **NÃO** é uma base válida para um sistema de dois qubits?

- $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$
- $|++\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle, |--\rangle$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|++\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|--\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|+-\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-+\rangle$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle$

**QUESTÃO 9:** Se o primeiro qubit está no estado  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|1\rangle$  e segundo qubit está no estado  $\frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|1\rangle$ , qual é o estado do sistema composto?

**QUESTÃO 10:** Fatore  $\frac{1}{2\sqrt{2}}|00\rangle - \frac{1}{2\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|10\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}|11\rangle$  em  $(a|0\rangle + b|1\rangle)(c|0\rangle + d|1\rangle)$ , onde  $|a|^2 + |b|^2 = 1$  e  $|c|^2 + |d|^2 = 1$ . Qual o valor de  $|a|$ ?

**QUESTÃO 11:** Suponha que temos dois qubits em um estado  $\alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$ .

- (a) Se medirmos o primeiro qubit na base  $|+\rangle, |-\rangle$ , qual a probabilidade de se obter  $+$ ?
- (b) Obtendo-se o resultado do item (a), qual o estado do segundo qubit?

**QUESTÃO 12:** Um sistema de dois qubits estava originalmente no estado  $\frac{1}{5}|00\rangle + \frac{2}{5}|01\rangle + \frac{4}{5}|10\rangle - \frac{2}{5}|11\rangle$ . Medimos o primeiro qubit e obtivemos 0. Agora, se medirmos o segundo qubit, qual a probabilidade de se obtermos também 0?

**QUESTÃO 13:** No sistema  $|\Psi\rangle = |0+\rangle$  temos dois qubits emaranhados?

**QUESTÃO 14:** Temos um sistema com dois qubits no estado  $|0+\rangle$ . Digamos que queremos obter um sistema em que os dois qubits estejam emaranhados. Para fazer isso, decidimos fazer uma medida do sistema. Em qual base abaixo devemos fazer a medida?

- $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$
- $|++\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle, |--\rangle$
- $|0+\rangle, |0-\rangle, |1+\rangle, |1-\rangle$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}|01\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|10\rangle$
- Não é possível emaranhar o sistema com um processo de medida.

**QUESTÃO 15:** Temos um sistema com dois qubits no estado  $|0+\rangle$ . Digamos que queremos obter um sistema em que os dois qubits estejam emaranhados. Para tal queremos fazer uma medida **parcial** do sistema, medindo apenas o primeiro qubit. Em qual base abaixo devemos fazer a medida?

- $|0\rangle, |1\rangle$
- $|+\rangle, |-\rangle$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle, -\frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle, \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$
- Não é possível emaranhar o sistema com um processo de medida.