

Introdução à Teoria da Computação

Lema do Bombeamento

Professor Murilo V. G. da Silva

Departamento de Informática
Universidade Federal do Paraná

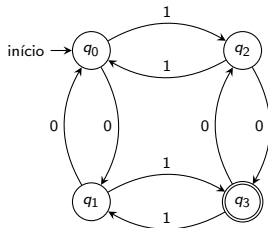
2025/2

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

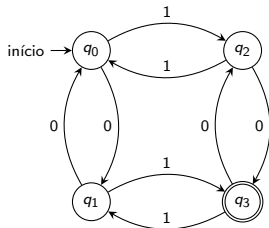
Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Strings “grandes” em linguagens regulares

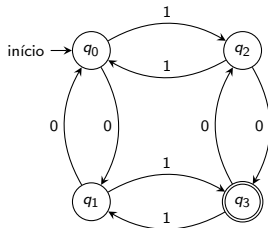
Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$

Strings “grandes” em linguagens regulares

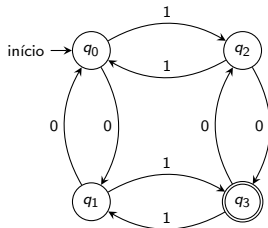
Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

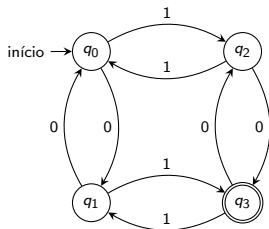


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2}, \underline{q_3}, \underline{q_2}, q_0, q_1, q_3$

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

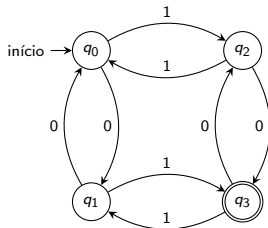


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

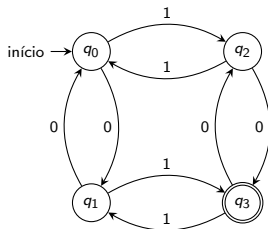


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101$

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

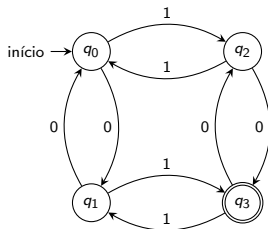


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2}, \underline{q_3}, \underline{q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

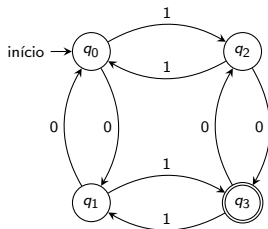


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2}, \underline{q_3}, \underline{q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$ Pergunta:

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

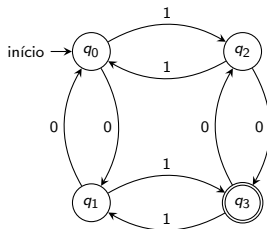


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2}, \underline{q_3}, \underline{q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = 1\underline{00}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $1\underline{0000}101$ também é aceita?

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

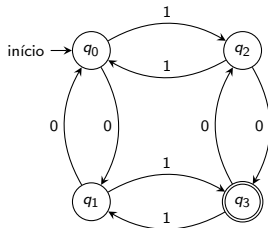


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



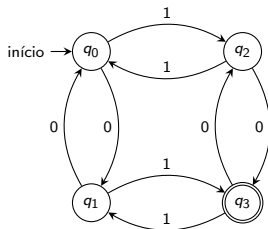
Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta:

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



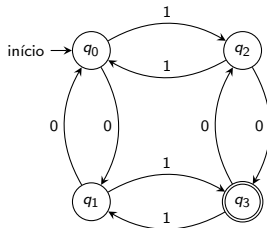
Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita?

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



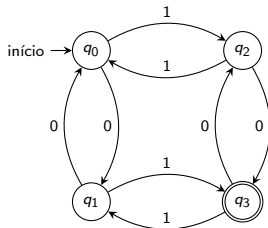
Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



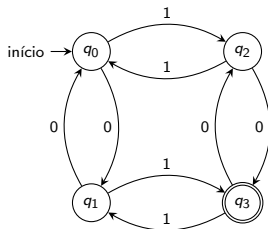
Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's

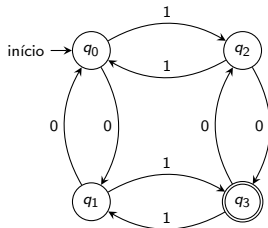


Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = 1\underline{00}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $1\underline{0000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)
Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?
- De maneira geral, $\forall k$, a string $x\underline{y^k}z$ também é aceita

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

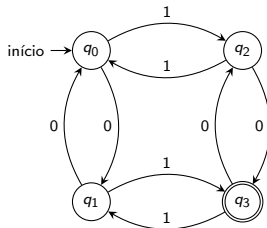
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = 1\underline{00}101 = xy\underline{z}$ Pergunta: $1\underline{0000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string xy^kz também é aceita
- De maneira mais geral:

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

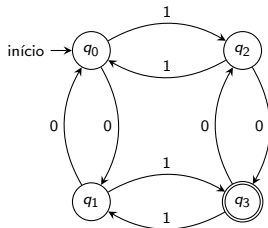
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = 1\underline{00}101 = xy\underline{z}$ Pergunta: $1\underline{0000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string xy^kz também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

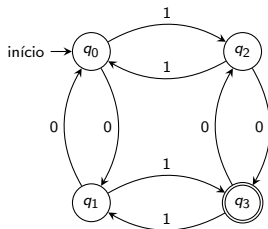
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = xy\underline{z}$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string xy^kz também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t
Para toda string $w \in L$ desde que $|w| > t$

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

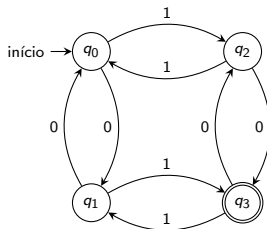
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string $x\underline{y^k}z$ também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t
Para toda string $w \in L$ desde que $|w| > t$
Existe x, y, z satisfazendo

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

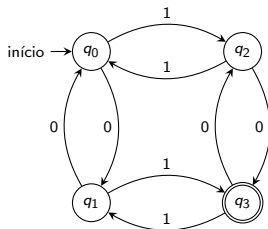
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = 1\underline{00}101 = x\underline{y}z$ Pergunta: $1\underline{0000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string $x\underline{y^k}z$ também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t
Para toda string $w \in L$ desde que $|w| > t$
Existe x, y, z satisfazendo $w = xyz$

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

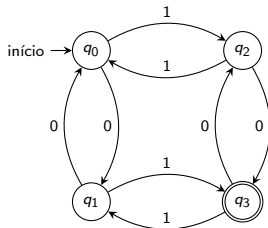
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = 1\underline{00}101 = xy\underline{z}$ Pergunta: $1\underline{0000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string xy^kz também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t
Para toda string $w \in L$ desde que $|w| > t$
Existe x, y, z satisfazendo $w = xyz$ tal que $xy^kz \in L$

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

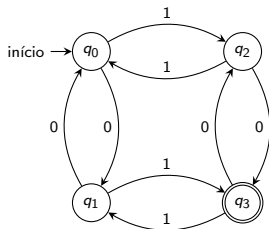
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = xyz$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string xy^kz também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t
Para toda string $w \in L$ desde que $|w| > t$
Existe x, y, z satisfazendo $w = xyz$ tal que $xy^kz \in L$
outras duas propriedades de x, y, z :

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtde de estados do AFD)

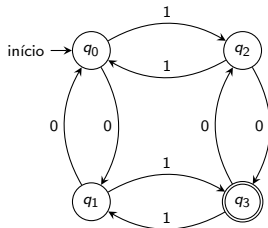
- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em $\underline{q_2}$)
- $w = \underline{100}101 = xy\underline{z}$ Pergunta: $\underline{10000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string xy^kz também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t
Para toda string $w \in L$ desde que $|w| > t$
Existe x, y, z satisfazendo $w = xyz$ tal que $xy^kz \in L$
outras duas propriedades de x, y, z : (1) $y \neq \epsilon$

Strings “grandes” em linguagens regulares

Considere a linguagem regular L : strings binárias com número ímpar de 1's e ímpar de 0's



Considere a string $w = 100101$
(note: $|w| >$ qtd de estados do AFD)

- Estados visitados: $q_0, \underline{q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$ (existe subsequência de estados começa e termina em q_2)
- $w = 1\underline{00}101 = xy\underline{z}$ Pergunta: $1\underline{0000}101$ também é aceita?
($q_0, \underline{q_2, q_3, q_2, q_3, q_2}, q_0, q_1, q_3$)

Pergunta: $1(\underline{00})^3101$ também é aceita? E a string 1101?

- De maneira geral, $\forall k$, a string xy^kz também é aceita
- De maneira mais geral: Existe tamanho t

Para toda string $w \in L$ desde que $|w| > t$

Existe x, y, z satisfazendo $w = xyz$ tal que $xy^kz \in L$

outras duas propriedades de x, y, z : (1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$

Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares

Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares

Lema do Bombeamento

Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares

Lema do Bombeamento

Se L é uma linguagem regular,

Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares

Lema do Bombeamento

Se L é uma linguagem regular, então existe uma constante t tal que

Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares

Lema do Bombeamento

Se L é uma linguagem regular, então existe uma constante t tal que para toda string w de tamanho pelo menos t da linguagem L ,

Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares

Lema do Bombeamento

Se L é uma linguagem regular, então existe uma constante t tal que para toda string w de tamanho pelo menos t da linguagem L , $\exists x, y, z \in \Sigma^*$ tal que $w = xyz$ e o seguinte é verdadeiro:

Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares

Lema do Bombeamento

Se L é uma linguagem regular, então existe uma constante t tal que para toda string w de tamanho pelo menos t da linguagem L , $\exists x, y, z \in \Sigma^*$ tal que $w = xyz$ e o seguinte é verdadeiro:

$$(1) y \neq \epsilon \quad (2) |xy| \leq t \quad (3) \forall k \geq 0, xy^kz \in L$$

Exemplo de uso do LB

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^kz \in L_{01}$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w satisfaz as condições do LB.

Logo $w = xyz$ e as três propriedades acima valem.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w satisfaz as condições do LB.

Logo $w = xyz$ e as três propriedades acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

• Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$. Portanto $xy^0 z \in L_{01}$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$. Portanto $xy^0 z \in L_{01}$.

- Logo, $xz \in L_{01}$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$. Portanto $xy^0 z \in L_{01}$.

- Logo, $xz \in L_{01}$.

Usando (1), $|xz| < |xyz|$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$. Portanto $xy^0 z \in L_{01}$.

- Logo, $xz \in L_{01}$.

Usando (1), $|xz| < |xyz|$.

- Logo, $|xz| < 2t$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$. Portanto $xy^0 z \in L_{01}$.

- Logo, $xz \in L_{01}$.

Usando (1), $|xz| < |xyz|$.

- Logo, $|xz| < 2t$.

Portanto xz tem t símbolos 1 e no máximo $t-1$ símbolos 0.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$. Portanto $xy^0 z \in L_{01}$.

- Logo, $xz \in L_{01}$.

Usando (1), $|xz| < |xyz|$.

- Logo, $|xz| < 2t$.

Portanto xz tem t símbolos 1 e no máximo $t-1$ símbolos 0. Uma contradição, pois $xz \in L_{01}$.

Exemplo de uso do LB

Teorema: $L_{01} = \{0^i 1^i : i \geq 1\}$ não é regular.

Prova: Suponha que L_{01} é regular. Pelo LB, existe $t \in \mathbb{N}$, tal que se $w \in L_{01}$ e $|w| \geq t$

$\exists x, y, z$ tal que $w = xyz$

(1) $y \neq \epsilon$ (2) $|xy| \leq t$ (3) $\forall k \geq 0, xy^k z \in L_{01}$.

Seja $w = 0^t 1^t$. Note que w **satisfaz as condições do LB**.

Logo $w = xyz$ e as **três propriedades** acima valem.

Usando (2), temos $|xy| \leq t$ e portanto xy contém apenas 0's.

- Logo, todos os t símbolos 1 da string w estão contidos em z .

Usando (3), $xy^k z \in L_{01}$, para qualquer $k \geq 0$. Portanto $xy^0 z \in L_{01}$.

- Logo, $xz \in L_{01}$.

Usando (1), $|xz| < |xyz|$.

- Logo, $|xz| < 2t$.

Portanto xz tem t símbolos 1 e no máximo $t-1$ símbolos 0. Uma contradição, pois $xz \in L_{01}$.
Logo L_{01} não é regular.