

# Algoritmos e Teoria dos Grafos

## Tópico 14: Árvores Geradoras Mínimas e o Algoritmo de Jarník–Prim

Renato Carmo

André Guedes

Murilo Silva

Nicollas Sdroievski

Departamento de Informática da UFPR

2026 - Primeiro semestre

# Árvore Geradora Mínima

$(G, w)$

# Árvore Geradora Mínima

$(G, w)$ : grafo ponderado conexo

# Árvore Geradora Mínima

$(G, w)$ : grafo ponderado conexo

**árvore geradora mínima**

# Árvore Geradora Mínima

$(G, w)$ : grafo ponderado conexo

**árvore geradora mínima**: árvore geradora de  $G$  de peso mínimo

# Árvore Geradora Mínima

$(G, w)$ : grafo ponderado conexo

**árvore geradora mínima**: árvore geradora de  $G$  de peso mínimo

Problema da Árvore Geradora Mínima

# Árvore Geradora Mínima

$(G, w)$ : grafo ponderado conexo

**árvore geradora mínima**: árvore geradora de  $G$  de peso mínimo

Problema da Árvore Geradora Mínima

Dado: um grafo ponderado  $(G, w)$

# Árvore Geradora Mínima

$(G, w)$ : grafo ponderado conexo

**árvore geradora mínima**: árvore geradora de  $G$  de peso mínimo

Problema da Árvore Geradora Mínima

Dado: um grafo ponderado  $(G, w)$

Obtenha: uma árvore geradora mínima de  $(G, w)$

# Algoritmo de Jarník–Prim

---

$AGM_P(G, w)$

---

$T \leftarrow$  grafo vazio

acrescente um vértice  $r$  de  $G$  a  $T$

Enquanto  $\partial_G(V(T)) \neq \emptyset$

    escolha uma aresta  $e$  em  $\partial_G(V(T))$  de peso mínimo

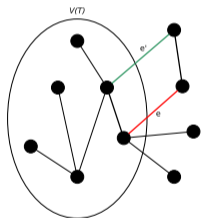
    acrescente a aresta  $e$  ao grafo  $T$

Devolva  $T$

---

## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

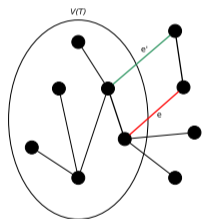


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^*$

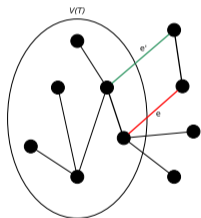


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$

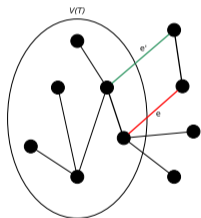


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T'$

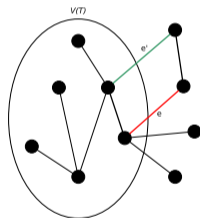


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$

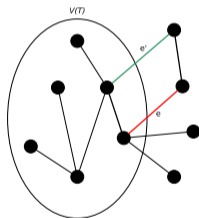


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem

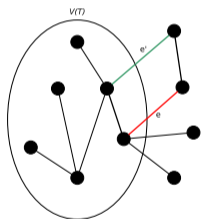


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem  
3.1 e

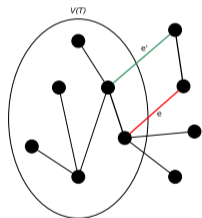


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração

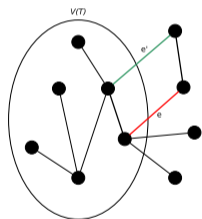


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e'$

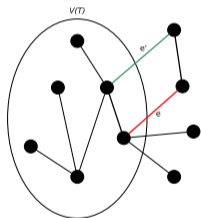


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e'$ : aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$

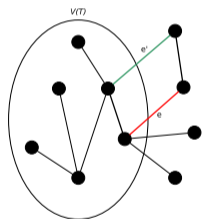


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T''$

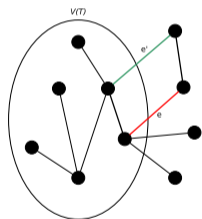


## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

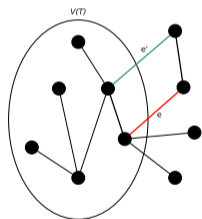
1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$



Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

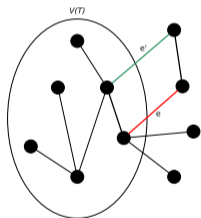
1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$



Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

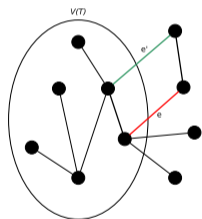
1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )



Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

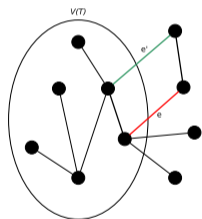
Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e'$ : aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )
  - 3.5  $w(T'') = w(T^* + e - e')$



Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

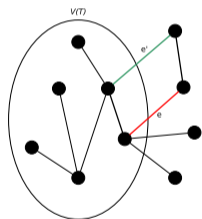


1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e'$ : aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )
  - 3.5  $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e')$

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

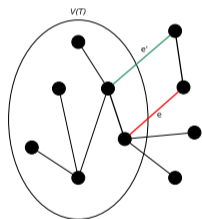
Demonstração.

1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e'$ : aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )
  - 3.5  $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$



Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.

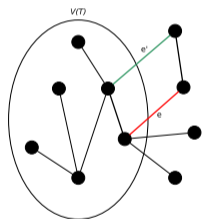


1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )
  - 3.5  $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
  - 3.6  $T''$  é árvore geradora mínima

## Teorema 85

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

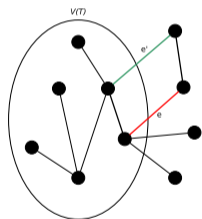
Demonstração.



1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )
  - 3.5  $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
  - 3.6  $T''$  é árvore geradora mínima ( $T^*$  é árvore geradora mínima)

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

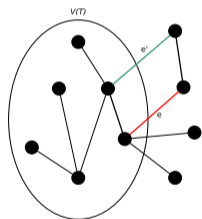
Demonstração.



1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )
  - 3.5  $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
  - 3.6  $T''$  é árvore geradora mínima ( $T^*$  é árvore geradora mínima)
  - 3.7  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Ao início de cada iteração,  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$

Demonstração.



1.  $T^* :=$  árvore geradora mínima de  $(G, w)$
2.  $T' := T^*[V(T)]$
3. última iteração para a qual  $T$  e  $T'$  coincidem
  - 3.1  $e :=$  aresta escolhida nesta iteração
  - 3.2  $e' :=$  aresta do ciclo fundamental de  $T^* + e$  em  $\partial_G(V(T))$
  - 3.3  $T'' := T^* + e - e'$
  - 3.4  $w(e) \leq w(e')$  (pela escolha de  $e$ )
  - 3.5  $w(T'') = w(T^* + e - e') = w(T^*) + w(e) - w(e') \leq w(T^*)$
  - 3.6  $T''$  é árvore geradora mínima ( $T^*$  é árvore geradora mínima)
  - 3.7  $T$  é subárvore de uma árvore geradora mínima de  $G$  ( $T$  é subgrafo de  $T''$ )

$AGM_P(G, w)$  devolve uma árvore geradora mínima de  $(G, w)$

# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

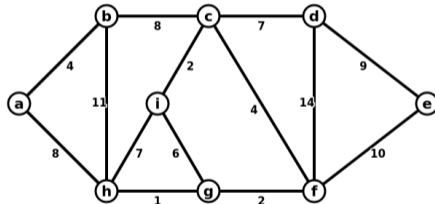
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

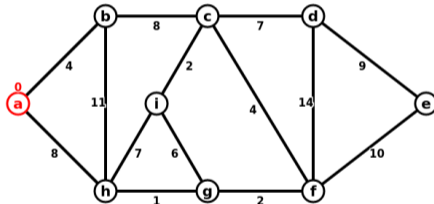
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

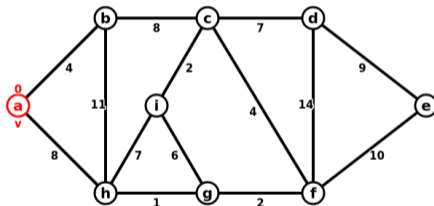
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

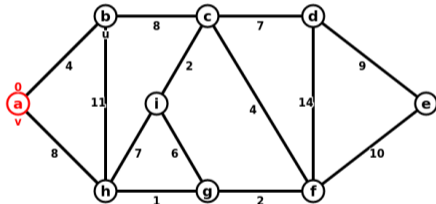
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

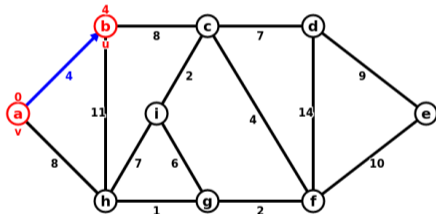
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

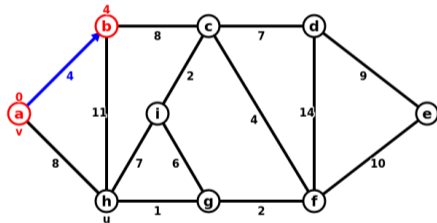
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

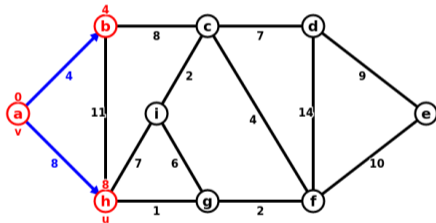
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

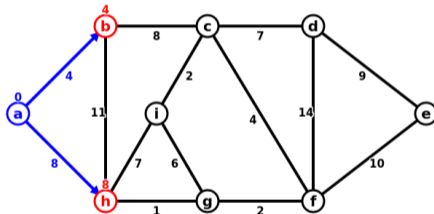
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

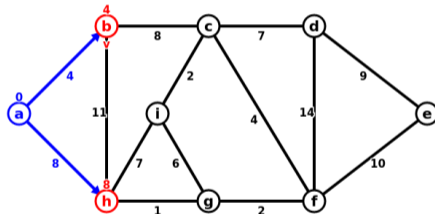
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

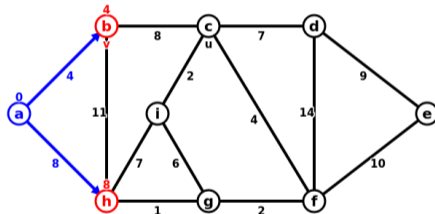
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

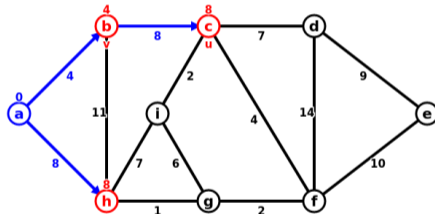
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

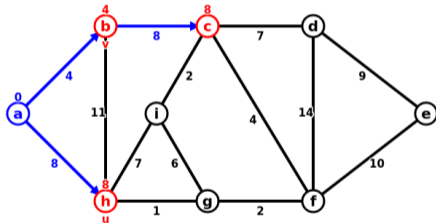
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

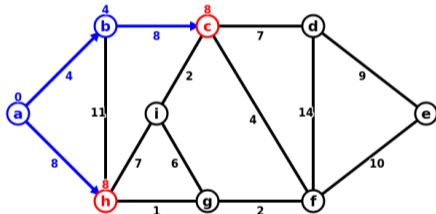
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

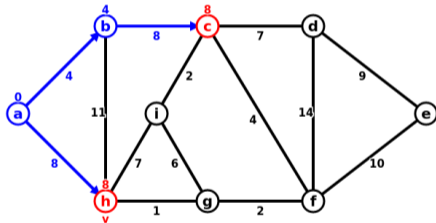
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

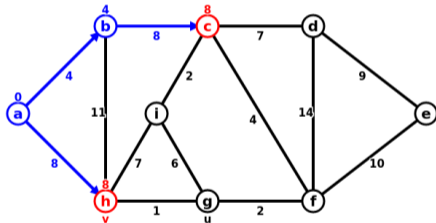
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

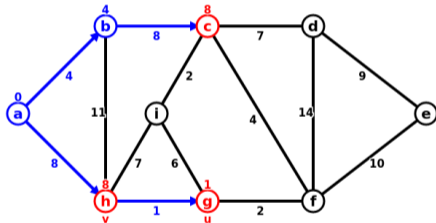
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

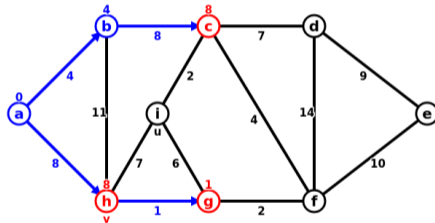
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

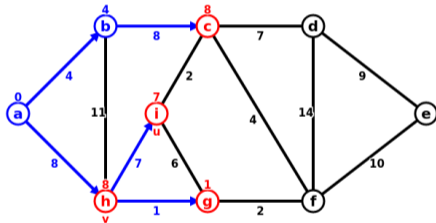
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

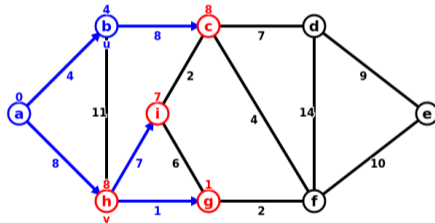
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

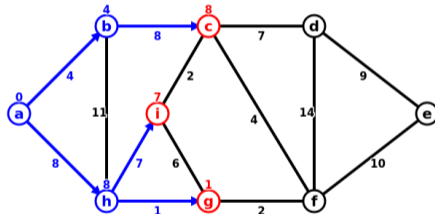
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

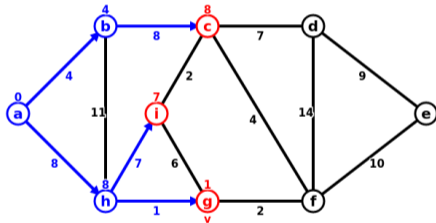
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

$AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

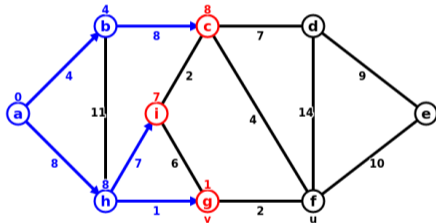
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

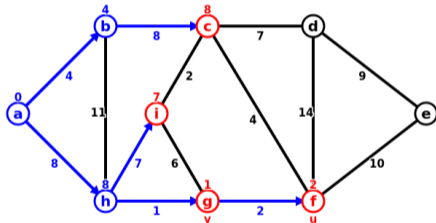
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

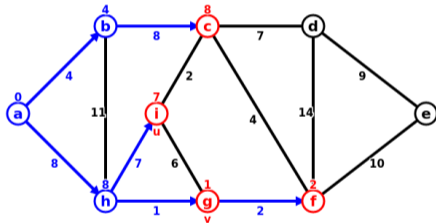
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## AGM'<sub>P</sub>(G, w)

---

Para **cada**  $v \in V(G)$

$v.\text{estado} \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.\text{custo} \leftarrow 0$

$r.\text{pai} \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.\text{estado} \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.\text{custo}$  mínimo

Para **cada**  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.\text{estado} = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.\text{custo}$

$u.\text{pai} \leftarrow v$

$u.\text{custo} \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.\text{estado} = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

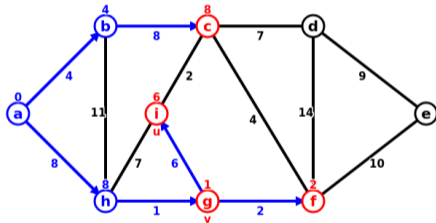
$u.\text{estado} \leftarrow 1$

$u.\text{pai} \leftarrow v$

$u.\text{custo} \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.\text{estado} \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

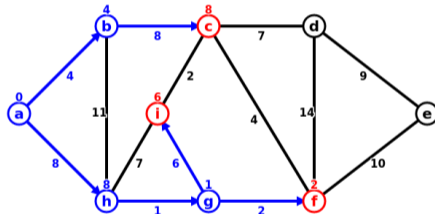
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

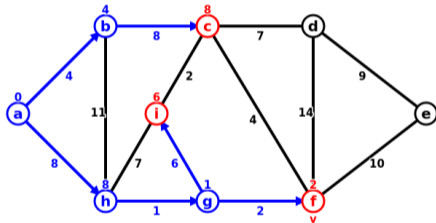
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

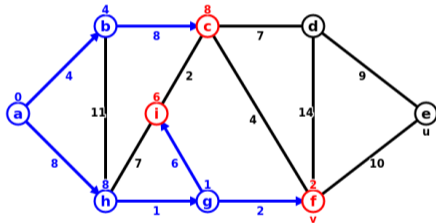
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

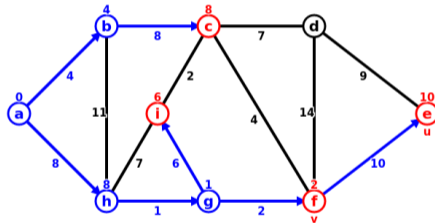
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

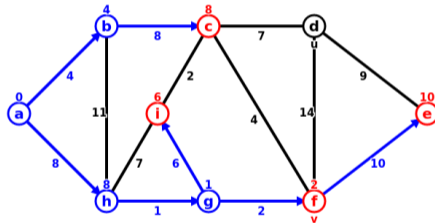
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

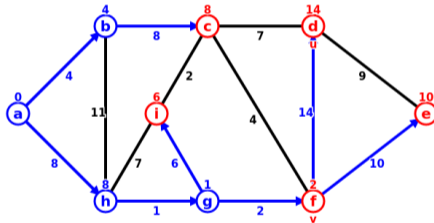
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

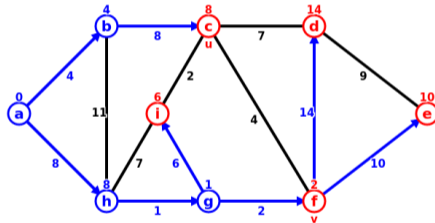
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

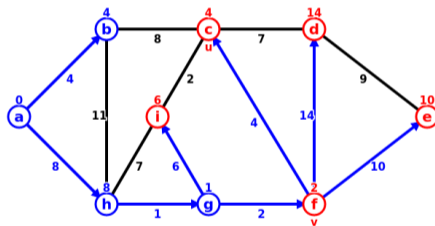
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

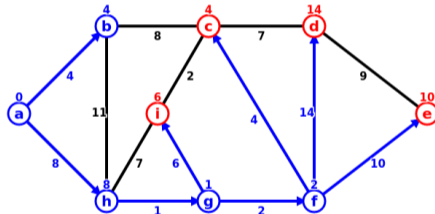
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

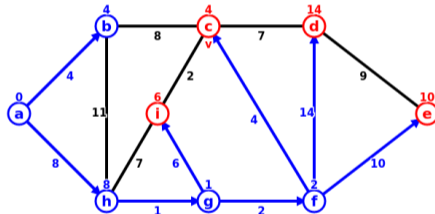
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

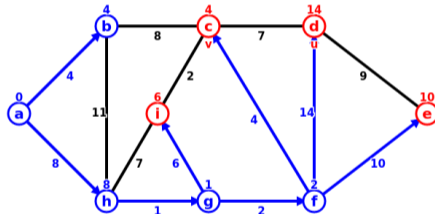
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

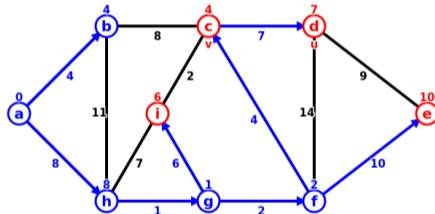
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

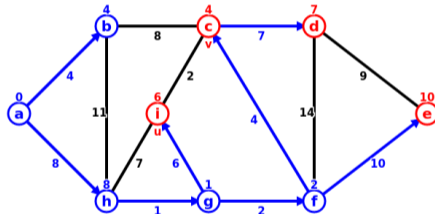
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

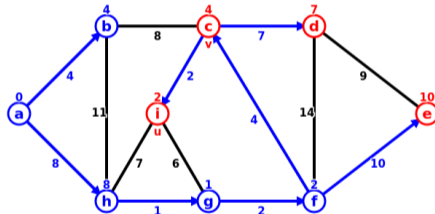
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

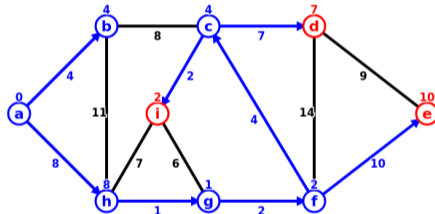
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

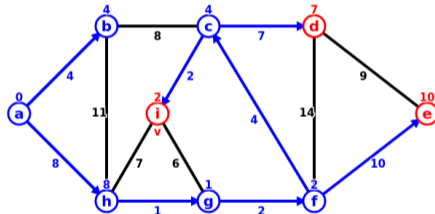
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

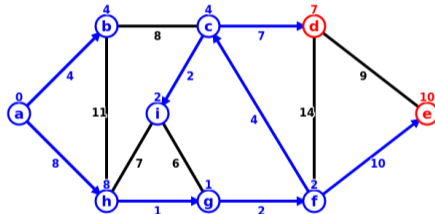
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

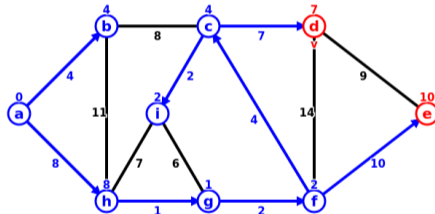
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

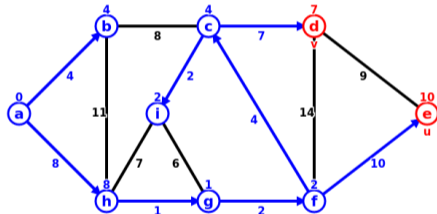
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

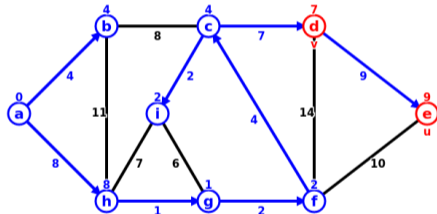
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

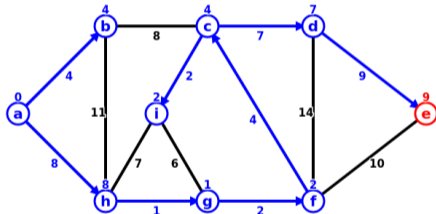
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para cada  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

acrescente  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para cada  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

acrescente  $u$  a  $V$

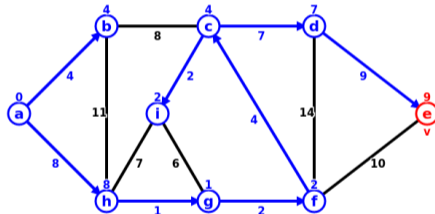
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



# Algoritmo de Prim

---

## $AGM'_P(G, w)$

---

Para **cada**  $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.custo \leftarrow 0$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

**acrescente**  $r$  a  $V$

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

retire de  $V$  um vértice  $v$  com  $v.custo$  mínimo

Para **cada**  $u \in \Gamma_G(v)$

Se  $u.estado = 1$

Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

Senão, se  $u.estado = 0$

**acrescente**  $u$  a  $V$

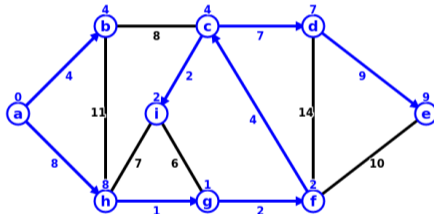
$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$

---



## Corolário 87

## Corolário 87

$(G, w)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_{\rho}(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_{\rho}(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$
  - 3.2 altera o custo de um vizinho  $u$  de  $v$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$
  - 3.2 altera o custo de um vizinho  $u$  de  $v$ :  $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$
  - 3.2 altera o custo de um vizinho  $u$  de  $v$ :  $O(\log n)$
  - 3.3 acrescenta  $u$  a  $V$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$
  - 3.2 altera o custo de um vizinho  $u$  de  $v$ :  $O(\log n)$
  - 3.3 acrescenta  $u$  a  $V$ :  $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração:  $O(\log n)$ 
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$
  - 3.2 altera o custo de um vizinho  $u$  de  $v$ :  $O(\log n)$
  - 3.3 acrescenta  $u$  a  $V$ :  $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

### Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração:  $O(\log n)$ 
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$
  - 3.2 altera o custo de um vizinho  $u$  de  $v$ :  $O(\log n)$
  - 3.3 acrescenta  $u$  a  $V$ :  $O(\log n)$
4.  $\leq 2m$  iterações (agregadas entre os laços externo e interno)

$(|V| \leq n)$

## Corolário 87

$(G, w)$ : grafo ponderado com  $n$  vértices e  $m$  arestas

$AGM_P(G, w)$  executa em tempo  $O(m \log n)$

### Demonstração.

1.  $V$ : fila de prioridades
2. trecho antes do laço:  $O(n)$
3. cada iteração:  $O(\log n)$ 
  - 3.1 retira um elemento  $v$  de  $V$ :  $O(\log n)$
  - 3.2 altera o custo de um vizinho  $u$  de  $v$ :  $O(\log n)$
  - 3.3 acrescenta  $u$  a  $V$ :  $O(\log n)$
4.  $\leq 2m$  iterações (agregadas entre os laços externo e interno)
5. tempo de execução total:  $O(m \log n)$

$(|V| \leq n)$



---

$AGM''_p(G, w)$

---

Para **cada**  $v \in V(G)$

$v.custo \leftarrow \infty$

$V \leftarrow V(G)$

$r \leftarrow$  vértice de  $G$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

Enquanto  $V \neq \emptyset$

  retire de  $V$  um vértice  $v$  com custo mínimo

  Para **cada**  $u \in \Gamma_G(v)$

    Se  $w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.custo \leftarrow w(\{u, v\})$

$u.pai \leftarrow v$

---