

Algoritmos e Teoria dos Grafos

Tópico 15: Caminhos Mínimos e o Algoritmo de Dijkstra

Renato Carmo

André Guedes

Murilo Silva

Nicollas Sdroievski

Departamento de Informática da UFPR

2026 - Primeiro semestre

Árvore de Caminhos Mínimos

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w)

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos: árvore enraizada (T, r)

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos: árvore enraizada (T, r) geradora de G

Árvore de Caminhos Mínimos

(G, w) : grafo ponderado conexo

árvore de caminhos mínimos: árvore enraizada (T, r) geradora de G
 rTv é caminho mínimo em G para todo $v \in V(G)$

Teorema 88

Teorema 88

Para todo $v \in V(G)$ existe uma árvore de caminhos mínimos enraizada em v

Teorema 88

Para todo $v \in V(G)$ existe uma árvore de caminhos mínimos enraizada em v

Demonstração.

Exercício 119



Algoritmo de Dijkstra

$CM(G, w, r)$

$T \leftarrow (\{r\}, \emptyset)$

Enquanto $\partial_G(V(T)) \neq \emptyset$

 escolha uma aresta $\{x, y\}$ em $\partial_G(V(T))$ tal que $d_T(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo

 acrescente o vértice y e a aresta $\{x, y\}$ a T

Devolva (T, r)

Prim vs. Dijkstra (versão mais completa)

AGM'_P(G, w)

Para cada $v \in V(G)$
 $v.\text{estado} \leftarrow 0$
 $V \leftarrow \emptyset$
 $r \leftarrow$ um vértice de G
 $r.\text{pai} \leftarrow \Lambda$
 $r.\text{custo} \leftarrow 0$
acrescente r a V
 $r.\text{estado} \leftarrow 1$
Enquanto $V \neq \emptyset$
 retire de V um vértice v com $v.\text{custo}$ mínimo
 Para cada $u \in \Gamma_G(v)$
 Se $u.\text{estado} = 1$
 Se $w(\{u, v\}) < u.\text{custo}$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow w(\{u, v\})$
 Senão, se $u.\text{estado} = 0$
 acrescente u a V
 $u.\text{estado} \leftarrow 1$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow w(\{u, v\})$

 $v.\text{estado} \leftarrow 2$

CM'(G, w, r)

Para cada $v \in V(G)$
 $v.\text{estado} \leftarrow 0$
 $V \leftarrow \emptyset$
 $r.\text{pai} \leftarrow \Lambda$
 $r.\text{custo} \leftarrow 0$
acrescente r a V
 $r.\text{estado} \leftarrow 1$
Enquanto $V \neq \emptyset$
 retire um vértice $v \in V$ com $v.\text{custo}$ mínimo
 Para cada $u \in \Gamma_G(v)$
 Se $u.\text{estado} = 1$
 Se $v.\text{custo} + w(\{u, v\}) < u.\text{custo}$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow v.\text{custo} + w(\{u, v\})$
 Senão, se $u.\text{estado} = 0$
 acrescente u a V
 $u.\text{estado} \leftarrow 1$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow v.\text{custo} + w(\{u, v\})$

 $v.\text{estado} \leftarrow 2$

Prim vs. Dijkstra (versão mais completa)

AGM'_P(G, w)

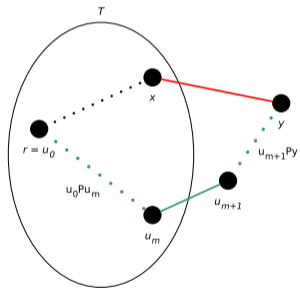
Para cada $v \in V(G)$
 $v.\text{estado} \leftarrow 0$
 $V \leftarrow \emptyset$
 $r \leftarrow$ um vértice de G
 $r.\text{pai} \leftarrow \Lambda$
 $r.\text{custo} \leftarrow 0$
acrescente r a V
 $r.\text{estado} \leftarrow 1$
Enquanto $V \neq \emptyset$
 retire de V um vértice v com $v.\text{custo}$ mínimo
 Para cada $u \in \Gamma_G(v)$
 Se $u.\text{estado} = 1$
 Se $w(\{u, v\}) < u.\text{custo}$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow w(\{u, v\})$
 Senão, se $u.\text{estado} = 0$
 acrescente u a V
 $u.\text{estado} \leftarrow 1$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow w(\{u, v\})$
 $v.\text{estado} \leftarrow 2$

CM'(G, w, r)

Para cada $v \in V(G)$
 $v.\text{estado} \leftarrow 0$
 $V \leftarrow \emptyset$
 $r.\text{pai} \leftarrow \Lambda$
 $r.\text{custo} \leftarrow 0$
acrescente r a V
 $r.\text{estado} \leftarrow 1$
Enquanto $V \neq \emptyset$
 retire um vértice $v \in V$ com $v.\text{custo}$ mínimo
 Para cada $u \in \Gamma_G(v)$
 Se $u.\text{estado} = 1$
 Se $v.\text{custo} + w(\{u, v\}) < u.\text{custo}$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow v.\text{custo} + w(\{u, v\})$
 Senão, se $u.\text{estado} = 0$
 acrescente u a V
 $u.\text{estado} \leftarrow 1$
 $u.\text{pai} \leftarrow v$
 $u.\text{custo} \leftarrow v.\text{custo} + w(\{u, v\})$
 $v.\text{estado} \leftarrow 2$

Teorema 89

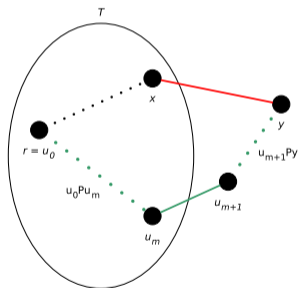
(T, r) : árvore de caminhos mínimos



Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

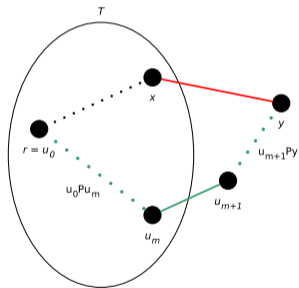


Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos



Teorema 89

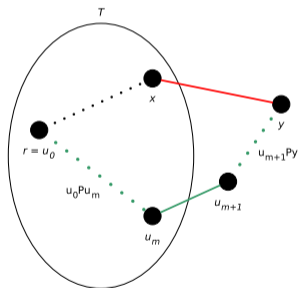
(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$$



Teorema 89

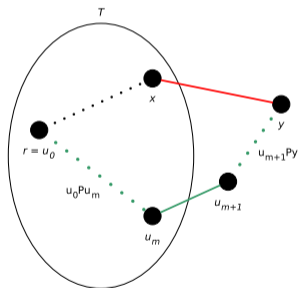
(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y



Teorema 89

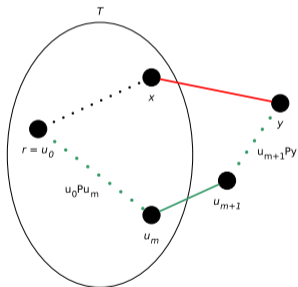
(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y
 m



Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

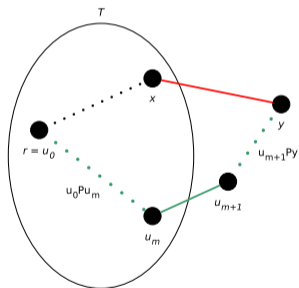
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

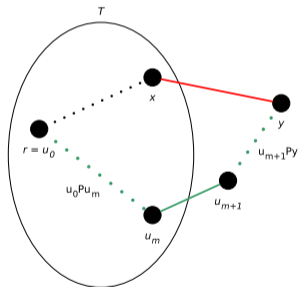
$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$

1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$



Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

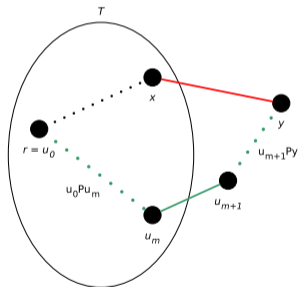
$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$

1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$ ($u_0 T u_m$ é caminho mínimo em G)



Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

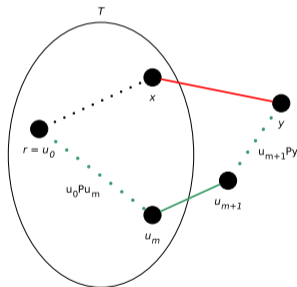
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$

2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G

Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

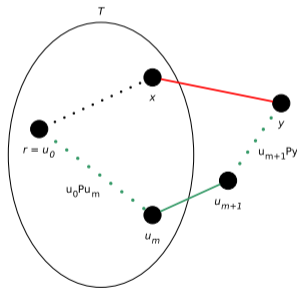
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$

2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G

$(u_{m+1} \notin V(T))$

Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

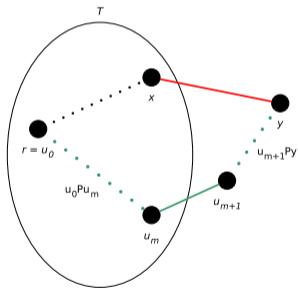
$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$

1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$
2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$

$(u_0 T u_m)$ é caminho mínimo em G
 $(u_{m+1} \notin V(T))$

$T' := T + \{x, y\}$



Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

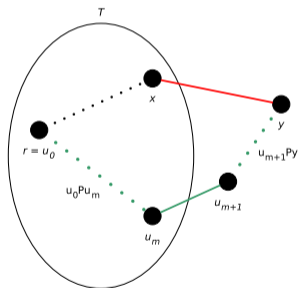
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$ ($u_0 T u_m$ é caminho mínimo em G)
2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$ ($u_{m+1} \notin V(T)$)

$T' := T + \{x, y\}$

pela escolha de $\{x, y\}$:

$$\begin{aligned}w(u_0 T' y) &\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) \\ &\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) + w(u_{m+1} P y) = w(P)\end{aligned}$$

Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

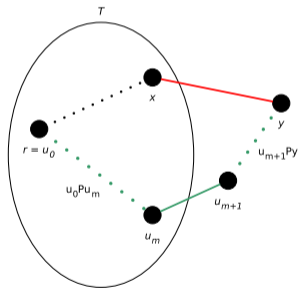
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$ ($u_0 T u_m$ é caminho mínimo em G)
2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$ ($u_{m+1} \notin V(T)$)

$T' := T + \{x, y\}$

pela escolha de $\{x, y\}$:

$$\begin{aligned} w(u_0 T' y) &\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) \\ &\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) + w(u_{m+1} P y) = w(P) \end{aligned}$$

$u_0 T' y$ é caminho mínimo

Teorema 89

(T, r) : árvore de caminhos mínimos

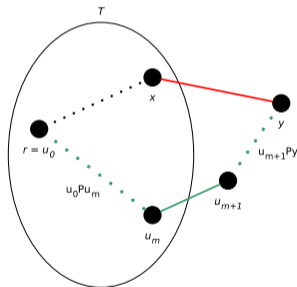
$\{x, y\}$: $d_G(r, x) + w(\{x, y\})$ é mínimo em $\partial_G(V(T))$

$(T + \{x, y\}, r)$ é árvore de caminhos mínimos

Demonstração.

$P = (r = u_0, \dots, u_n = y)$: caminho mínimo de r a y

$m :=$ maior índice de um vértice de P em $V(T)$



1. $w(u_0 T u_m) = w(u_0 P u_m)$ ($u_0 T u_m$ é caminho mínimo em G)
2. $\{u_m, u_{m+1}\} \in \partial_G(V(T))$ ($u_{m+1} \notin V(T)$)

$T' := T + \{x, y\}$

pela escolha de $\{x, y\}$:

$$\begin{aligned}w(u_0 T' y) &\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) \\ &\leq w(u_0 P u_m) + w(\{u_m, u_{m+1}\}) + w(u_{m+1} P y) = w(P)\end{aligned}$$

$u_0 T' y$ é caminho mínimo

(P é caminho mínimo)



Corolário 90

$CM(G, w, r)$ devolve uma árvore de caminhos mínimos de raiz r de (G, w)

O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

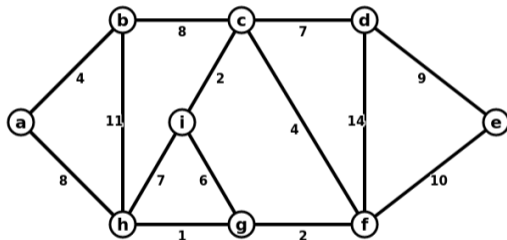
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

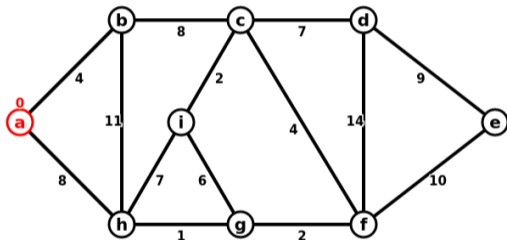
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

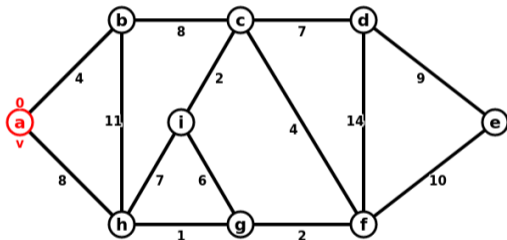
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

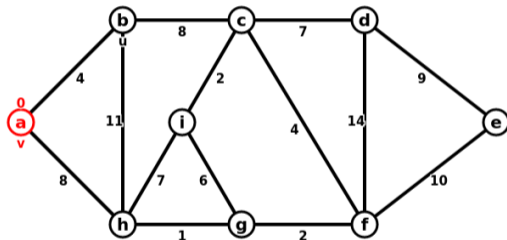
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

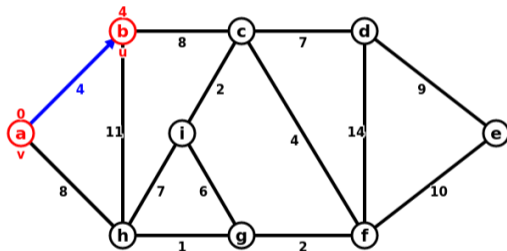
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

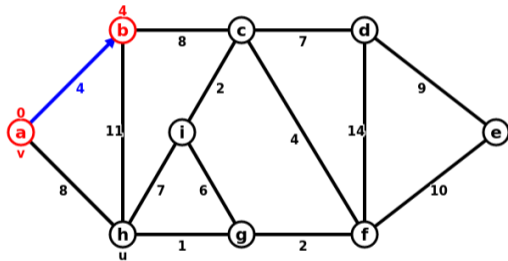
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

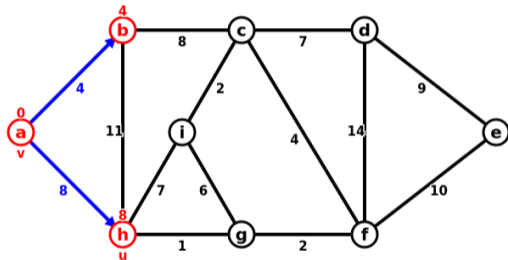
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

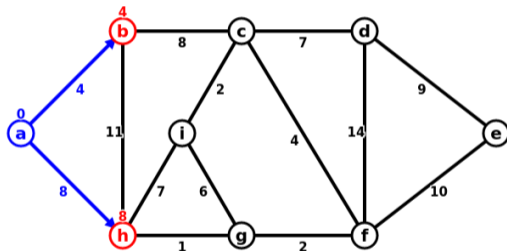
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

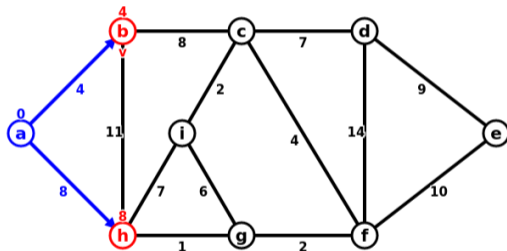
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

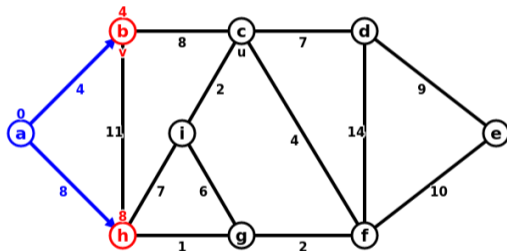
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

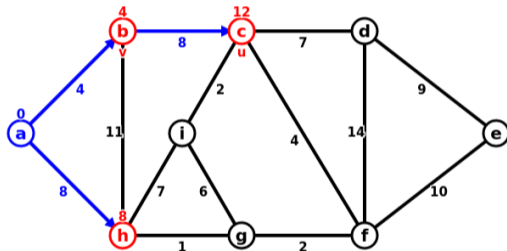
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

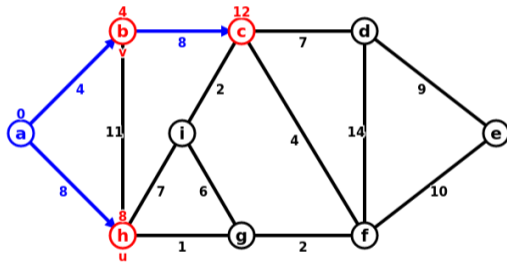
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

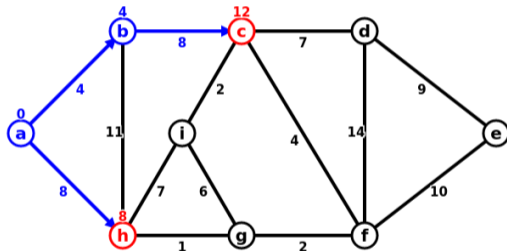
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

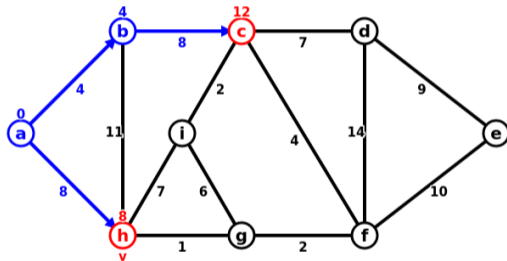
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

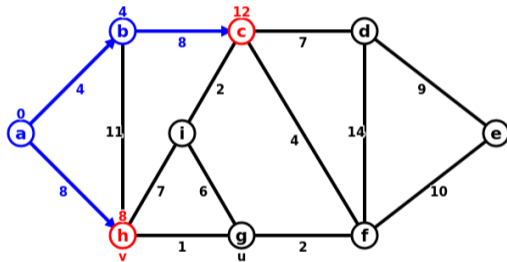
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

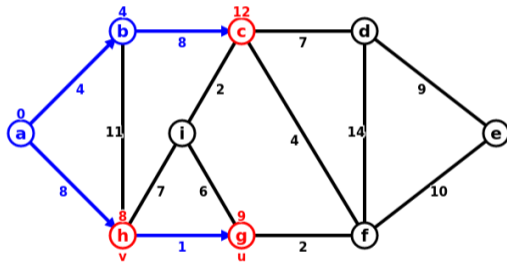
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

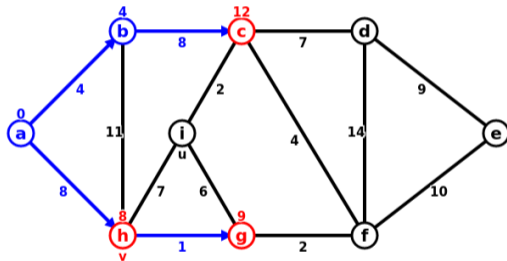
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

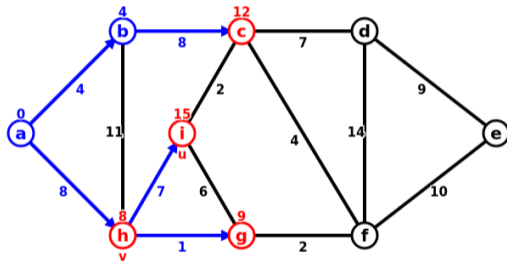
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

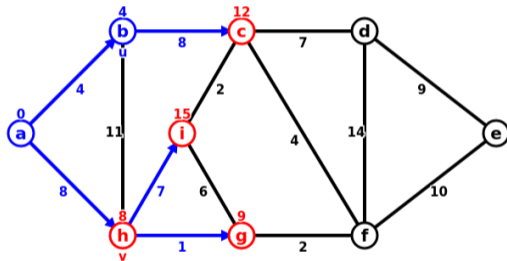
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

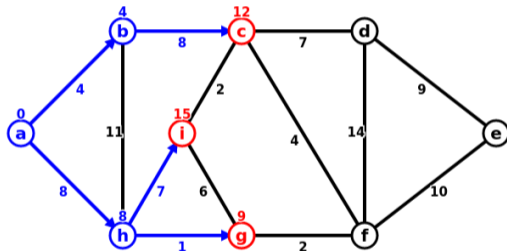
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

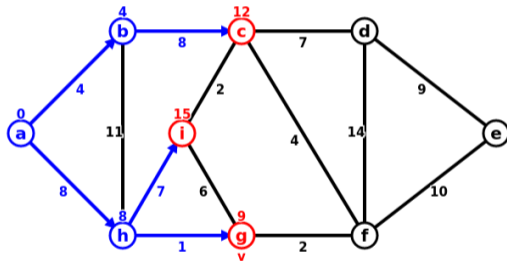
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

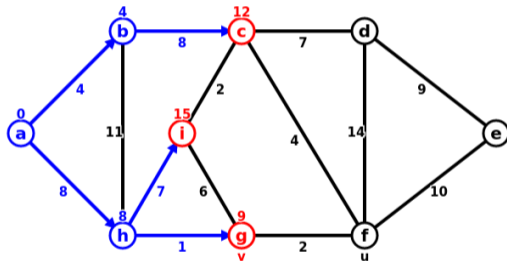
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

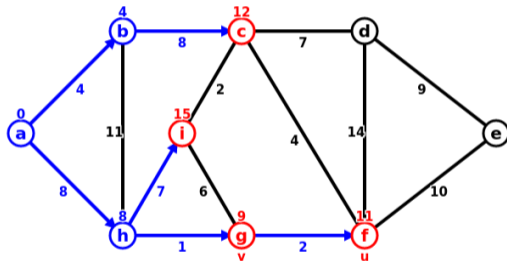
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

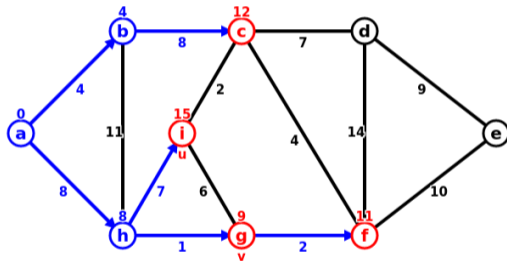
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

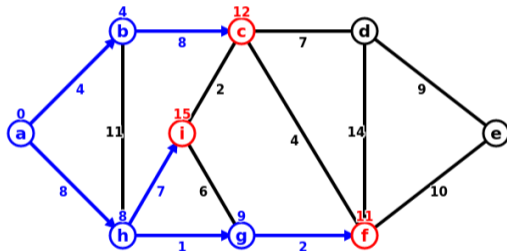
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

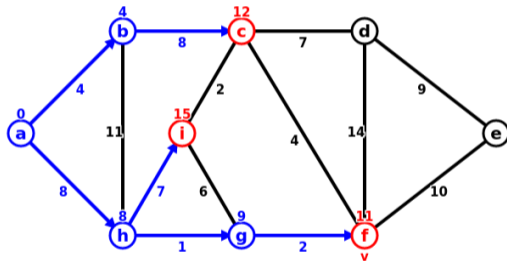
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

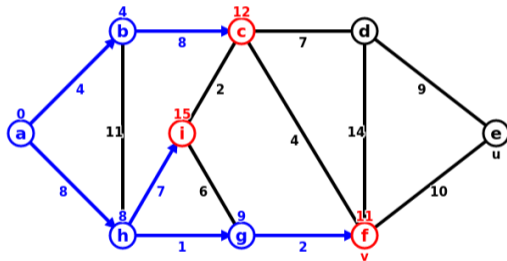
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

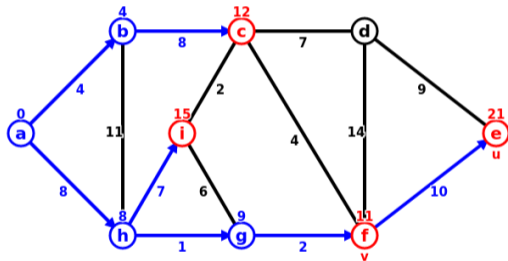
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

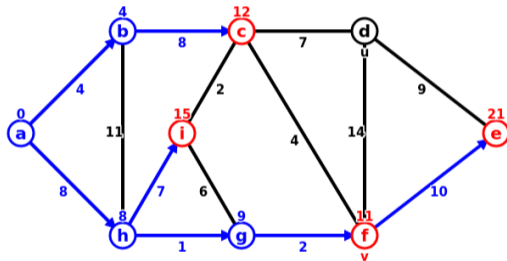
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

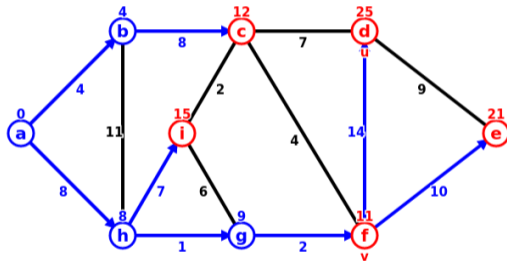
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

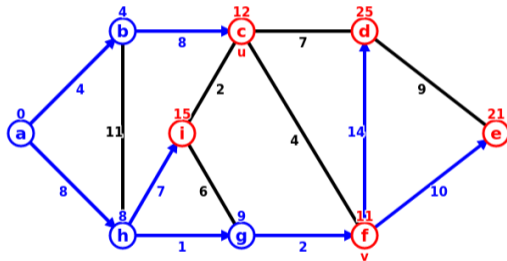
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

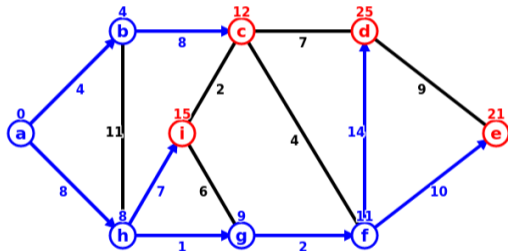
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

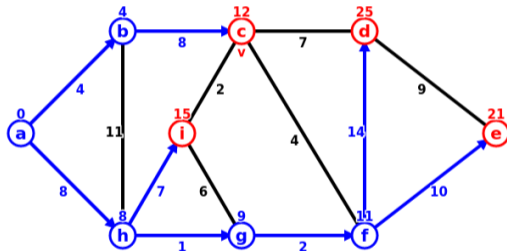
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

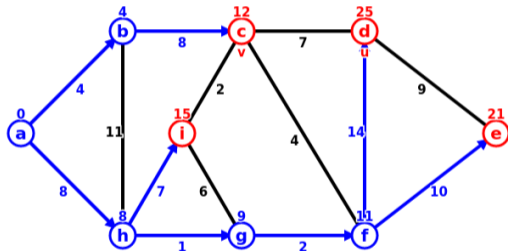
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

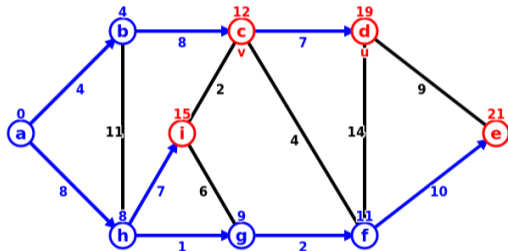
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

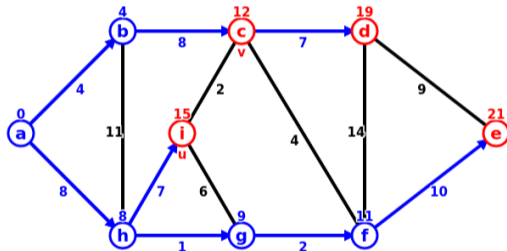
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

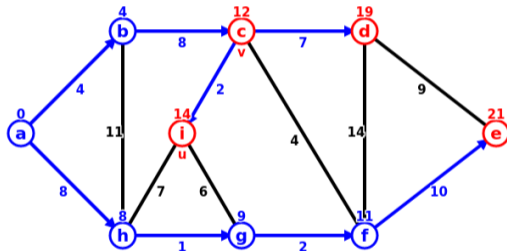
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

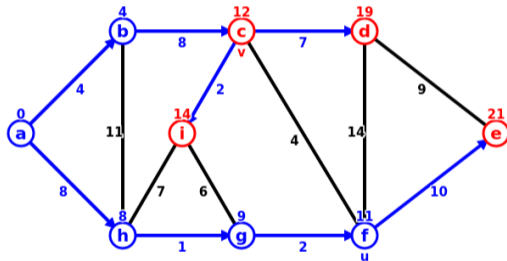
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

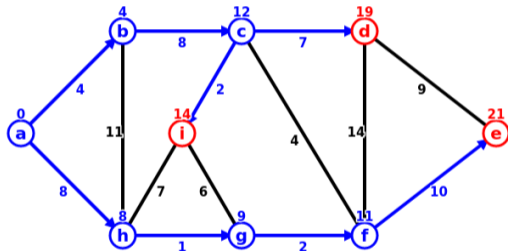
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

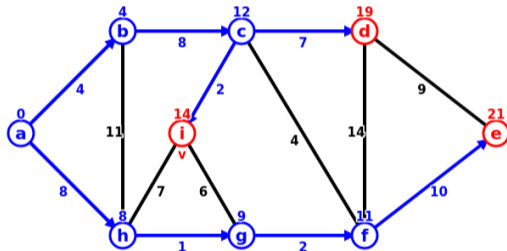
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

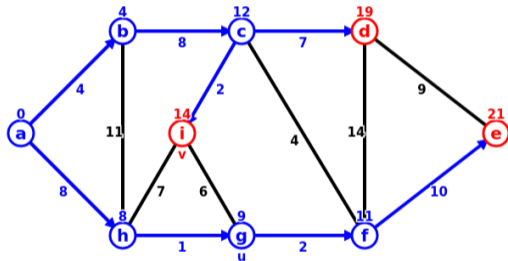
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

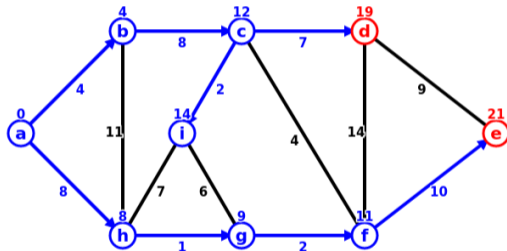
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

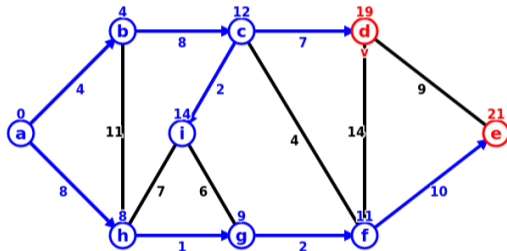
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

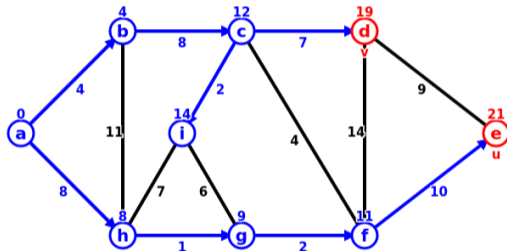
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

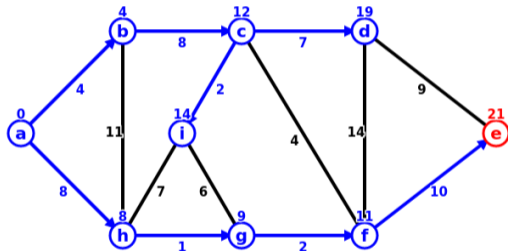
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

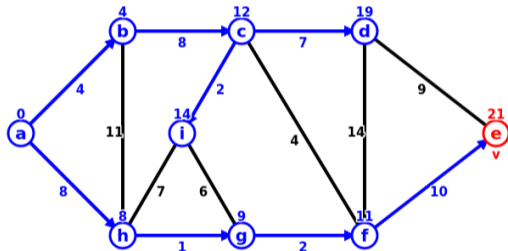
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

 $CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

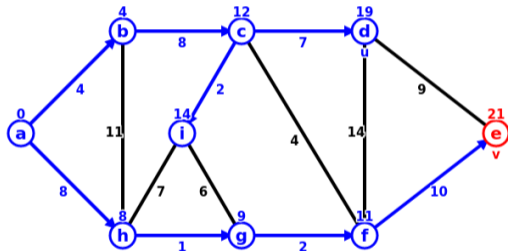
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



O Algoritmo de Dijkstra

$CM'(G, w, r)$

Para cada $v \in V(G)$

$v.estado \leftarrow 0$

$V \leftarrow \emptyset$

$r.pai \leftarrow \Lambda$

$r.custo \leftarrow 0$

acrescente r a V

$r.estado \leftarrow 1$

Enquanto $V \neq \emptyset$

retire um vértice $v \in V$ com $v.custo$ mínimo

Para cada $u \in \Gamma_G(v)$

Se $u.estado = 1$

Se $v.custo + w(\{u, v\}) < u.custo$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow$

$v.custo + w(\{u, v\})$

Senão, se $u.estado = 0$

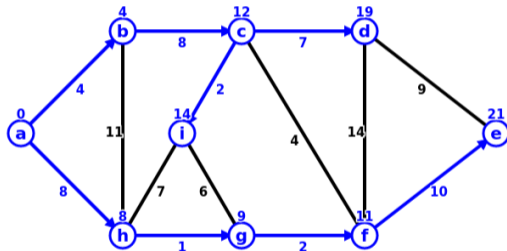
acrescente u a V

$u.estado \leftarrow 1$

$u.pai \leftarrow v$

$u.custo \leftarrow v.custo + w(\{u, v\})$

$v.estado \leftarrow 2$



Corolário 91

Corolário 91

(G, w)

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(\log n)$
 - 3.3 acrescenta u a V

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(\log n)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(\log n)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(\log n)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$
4. $\leq 2m$ iterações (agregadas entre os laços externo e interno)

$(|V| \leq n)$

Corolário 91

(G, w) : grafo ponderado com n vértices e m arestas

r : vértice de G

$CM'(G, w, r)$ executa em tempo $O(m \log n)$

Demonstração.

1. V : fila de prioridades
2. trecho antes do laço: $O(n)$
3. cada iteração: $O(\log n)$
 - 3.1 retira um elemento v de V : $O(\log n)$
 - 3.2 altera o custo de um vizinho u de v : $O(\log n)$
 - 3.3 acrescenta u a V : $O(\log n)$
4. $\leq 2m$ iterações (agregadas entre os laços externo e interno)
5. tempo de execução total: $O(m \log n)$

$(|V| \leq n)$



Corolário 92

G

Corolário 92

G : grafo com n vértices e m arestas

Corolário 92

G : grafo com n vértices e m arestas

É possível computar em tempo $O(nm \log n)$

G : grafo com n vértices e m arestas

É possível computar em tempo $O(nm \log n)$

1. distâncias entre todos os pares de vértices de G

Corolário 92

G : grafo com n vértices e m arestas

É possível computar em tempo $O(nm \log n)$

1. distâncias entre todos os pares de vértices de G
2. diâmetro de G

$CM''(G, w, r)$

Para **cada** $v \in V(G)$

$v.\text{custo} \leftarrow \infty$

$V \leftarrow V(G)$

$r.\text{pai} \leftarrow \lambda$

$r.\text{custo} \leftarrow 0$

Enquanto $V \neq \emptyset$

 retire $v \in V$ tal que $v.\text{custo}$ é mínimo

 Para **cada** $u \in \Gamma_G(v)$

 Se $v.\text{custo} + w(\{u, v\}) < u.\text{custo}$

$u.\text{pai} \leftarrow v$

$u.\text{custo} \leftarrow v.\text{custo} + w(\{u, v\})$
