

Terceira Lista de Exercícios – Métodos Numéricos, Prof. Silvia

1) Usando o método de Eliminação de Gauss verifique que o sistema abaixo possui uma única solução quando $\alpha=0$, infinitas soluções quando $\alpha=1$, e nenhuma solução quando $\alpha=-1$.

$$x_1 + 4x_2 + \alpha x_3 = 6$$

$$2x_1 - x_2 + 2\alpha x_3 = 3$$

$$\alpha x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

2) Considere o sistema $Ax = b$

$$\begin{array}{ccc|c|c} 1 & \alpha & 3 & x_1 & b_1 \\ \alpha & 1 & 4 & x_2 & b_2 \\ 5 & 2 & 1 & x_3 & b_3 \end{array} =$$

A matriz A pode ser decomposta em LU? Quais as condições para isso ser possível?

3) Resolva o sistema abaixo pelo método de Gauss Seidel, verifique a convergência.

$$20x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 38$$

$$x_1 - 20x_2 + 9x_3 = -23$$

$$2x_1 - 7x_2 - 20x_3 = -57$$

4) Para o sistema abaixo. Dentre os métodos iterativos que você conhece qual você utilizaria? Por que? Resolva pelo método escolhido.

$$10x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 28$$

$$x_1 - 100x_2 + 9x_3 = 7$$

$$2x_1 - 7x_2 - 10x_3 = -17$$

5) Verifique que com uma reordenação de linhas e colunas podemos obter um sistema equivalente para o qual vale o critério de Sassenfeld mas não o das linhas.

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 + 4x_2 - x_4 = 4$$

$$x_1 + x_3 = 2$$

$$+x_3 + x_4 = 2$$

- 6) a) Verificar se A satisfaz as condições para LU,
b) Decompor A em LU
c) Calcular determinante de A
d) Resolver o sistema $Ax=b$ onde $b = (-7, 4, 4, -51)^t$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 3 & 5 & \\ 4 & -1 & 10 & 8 & \\ 6 & -3 & 12 & 11 & \end{array}$$

$$| 0 \ -2 \ -5 \ 10 |$$

- 7) a) Verificar se A satisfaz as condições para LU,
b) Decompor a em LU
c) Calcular determinante de A
d) Resolver o sistema $Ax=b$ onde $b=(9,3,-2)^t$

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & \\ 1 & 2 & 2 & \\ 4 & 0 & -3 & \end{array}$$

- 8) Resolva pelo método de Eliminação de Gauss

$$\begin{array}{r} x_1 + 4x_2 + 52x_3 = 57 \\ 27x_1 + 110x_2 - 3x_3 = 134 \\ 22x_1 + 2x_2 + 14x_3 = 38 \end{array}$$

- 9) Verifique condições de convergência e resolva pelo método de Gauss-Jacobi com $\varepsilon < 10^{-2}$

$$\begin{array}{r} x_1 + 0.25x_2 - 0.05x_3 = 1.2 \\ 0.1x_1 + x_2 - 0.1x_3 = 2.9 \\ -0.2x_2 + x_3 = 1.6 \end{array}$$

- 10) Usar o método de Gauss-Seidel para determinar a solução do sistema abaixo com erro relativo $\epsilon \leq 10^{-2}$ trabalhando com 2 casas decimais. Verificar as condições para convergência (linhas e Sassenfeld) e se for necessário adequar o sistema de equações. Considere $x_0 = (0,0,0)^{-1}$

$$\begin{array}{r} 30 X_1 + 3 X_2 = -24 \\ 2 X_1 + 20 X_2 + 2 X_3 = 40 \\ 6 X_1 + 3 X_2 + 30 X_3 = 30 \end{array}$$

- 11) Resolva o sistema de equações lineares usando Eliminação de Gauss. A solução encontrada é única? Justifique sua resposta

$$\begin{array}{r} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ x_1 + 5x_2 + 25x_3 = 87 \end{array}$$