Representação de Ponto Flutuante em 8 bits

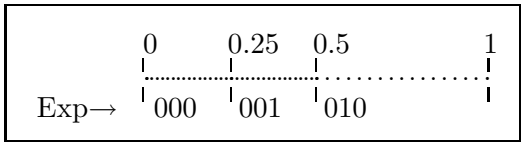
Existem 256 valores diferentes que podem ser representados em ponto flutuante (PF) com 8 bits, e estes valores não são distribuídos uniformemente na reta dos Reais. A representação PF-8 é uma versão (muito) simplificada do Padrão IEEE 754.

Nesta representação, há seis intervalos (expoentes 001..110) com 16 pontos em cada intervalo (0000..1111). O intervalo com expoente 111 é usado para representar infinito e NaN (*not a number*). O intervalo com expoente 000 é dito denormalizado. O deslocamento do expoente é 3.

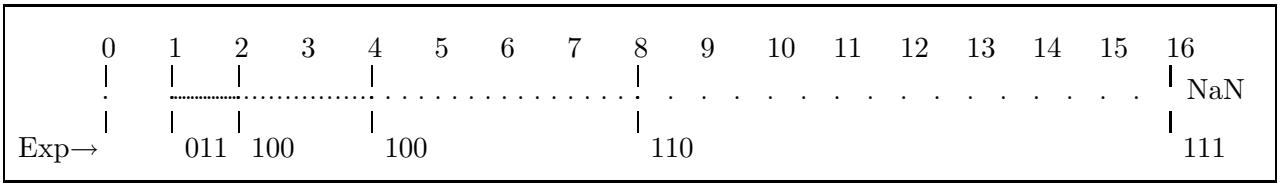
s	exp	signif
1	1 0 0	1 0 0 1

As figuras abaixo mostram a representação dos números reais em 8 bits. Note que as figuras mostram somente os Reais positivos, e que o intervalo com expoente 000 é denormalizado.

representação em $(0, 1)$



representação em $[1, 16)$



1) Preencha a tabela abaixo com os números representáveis em PF-8. Evidentemente, não é necessário representar todas as 256 possibilidades, embora os casos limites devam todos ser preenchidos. O campo 'expoente' deve conter o expoente deslocado (com o *bias* de 3). As 'magnitudes' são os números representados, o '*gap*' é o intervalo não-representável (vazio) entre dois números vizinhos na representação. Não esqueça das representações para $\pm\infty$ e NaN.

sinal	expoente	significando	magnitude bin	magnitude dec	gap	comentário
0/1	000	0000	0.000	zero		caso especial

2) Quais são os piores erros de arredondamento quando se faz cálculos nas faixas $[-8, 8]$ e $[-1, 1]$?

3) Prove que as propriedades aritméticas abaixo são válidas, ou dê um contra-exemplo. $\oplus$ e $\otimes$ são a adição e o produto de números representados em PF-8. Evidentemente, os casos de overflow e underflow não podem ser usados como contra-exemplos. *With thanks to Jeff Sanders!*

a) monotonicidade c.r.a soma: $x \leq y \Rightarrow x \oplus z \leq y \oplus z$

b) associatividade c.r.a multiplicação: $x \otimes (y \otimes z) = (x \otimes y) \otimes z$

c) distributividade: $x \otimes (y \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$