

Busca em Vetor

Busca em Vetor

Instância: (x, v, a, b) , onde x é um valor e $v[a..b]$ é um vetor.

Resposta: $m \in [a..b]$ tal que $v[m] = x$ ou **não** se tal m não existir.

Busca(x, v, a, b)

Se $x = v[b]$
Devolva b

Devolva Busca($x, v, a, b - 1$)

Falta a base da recursão.

Busca(x, v, a, b)

Se $a > b$
Devolva *não*

Se $x = v[b]$
Devolva b

Devolva Busca($x, v, a, b - 1$)

Exemplo. Executar Busca(42, 1, 7) e Busca(5, 1, 7) para

i	1	2	3	4	5	6	7
$v[i]$	16	23	4	42	15	8	4

Análise

Quantas comparações com elementos de v são efetuadas?

$C(x, v, a, b)$ é o número de comparações com elementos de v efetuadas em Busca(x, v, a, b).

$$C(x, v, a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } a > b, \\ 1, & \text{se } a \leq b \text{ e } x = v[b], \\ 1 + C(x, v, a, b - 1), & \text{se } a \leq b \text{ e } x \neq v[b]. \end{cases}$$

Fazendo $n = b - a + 1$, podemos reescrever

$$C(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n \leq 0, \\ 1, & \text{se } n > 0 \text{ e } x = v[b], \\ 1 + C(n - 1), & \text{se } n > 0 \text{ e } x \neq v[b]. \end{cases}$$

Observação: O número de comparações não é função só do tamanho do vetor (como era no Mínimo).

Estudo de “Pior Caso”

Seja

$$C^+(n) = \max \{C(x, v, a, b) \mid b - a + 1 = n\}.$$

Como são as instâncias (x, v, a, b) com $b - a + 1 = n$ para as quais

$$C(x, v, a, b) = C^+(n)?$$

São instâncias cuja (única) resposta é não ou a .

Então

$$C^+(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0, \\ 1 + C^+(n - 1), & \text{se } a \leq b, \end{cases}$$

(Resolver a recorrência com os alunos no quadro)

Estudo de “Melhor Caso”

Fazendo

$$C^-(n) = \min \{C(x, v, a, b) \mid b - a + 1 = n\},$$

Como são as instâncias (x, v, a, b) com $b - a + 1 = n$ para as quais

$$C(x, v, a, b) = C^-(n)?$$

São as instâncias para as quais b é resposta.

Neste caso,

$$C^-(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n = 0, \\ 1 & \text{se } n > 0. \end{cases}$$

Teorema. Para toda instância (x, v, a, b) do problema de Busca em Vetor com $a \leq b$, o número de comparações com elementos de v efetuadas na execução de $\text{Busca}(x, v, a, b)$ está entre 1 e $n = b - a + 1$.

Versão Iterativa

Sobrando tempo da aula, pedir para os alunos fazerem a versão iterativa. A resposta é:

$\text{Busca}'(x, v, a, b)$

$i \leftarrow b$

Enquanto $i \geq a$

 Se $v[i] = x$

 Devolva i

$i \leftarrow i - 1$

Devolva *não*

Exemplo. Executar $\text{Busca}'(42, 1, 7)$ e $\text{Busca}'(5, 1, 7)$ para

i	1	2	3	4	5	6	7
$v[i]$	16	23	4	42	15	8	4