

Ordenação: MergeSort

Intercala

O Intercala será usado no algoritmo Mergesort.

Intercalação de Vetores Ordenados

Instância: (v, a, m, b) onde $v[a..m]$ e $v[m + 1..b]$ são ambos vetores ordenados.

Resposta: o vetor v modificado de tal forma que $v[a..b]$ é um vetor ordenado.

Intercala(v, a, m, b)

Se $a \geq b$

 Devolva v

$i \leftarrow a$

$j \leftarrow m + 1$

Para $k \leftarrow 0$ to $b - a$

 Se $j > b$ ou $(i \leq m$ e $v[i] \leq v[j])$

$u[k] \leftarrow v[i]$

$i \leftarrow i + 1$

 Senão

$u[k] \leftarrow v[j]$

$j \leftarrow j + 1$

$v[a..b] \leftarrow u[0..b - a]$

Devolva v

Executar no vetor $v = [2, 7, 15|3, 5, 20]$, $v = [4, 5, 6|1, 2, 3]$ e $v[1, 2, 3|4, 5, 6]$.

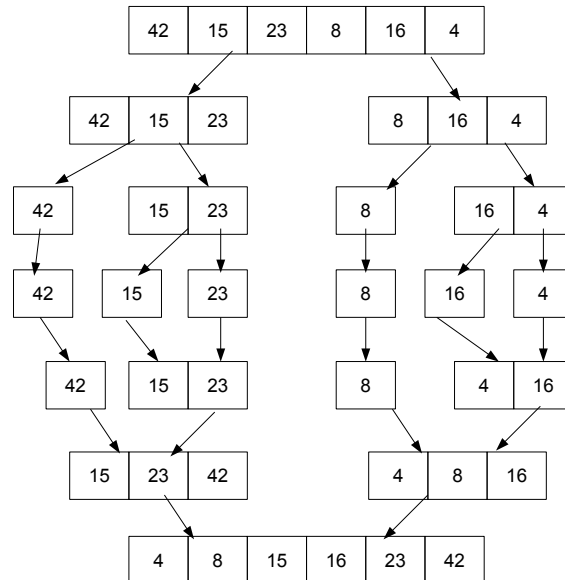
Análise do Intercala

$C_I(n)$ é o número de comparações do Intercala para vetores de tamanho n .

Toda vez execução da iteração (**para**), o **se** é executado, e é feita uma comparação com elemento de vetor. Assim, $C_I(n) = n$.

Mergesort

Lembrete - Algoritmo de ordenação do tipo divisão e conquista



$Ordena_M(v, a, b)$

Se $a \geq b$

 Devolva v

$m \leftarrow \lfloor \frac{a+b}{2} \rfloor$

$Ordena_m(v, a, m)$

$Ordena_m(v, m+1, b)$

 Devolva $Intercala(v, a, m, b)$

Executar $Ordena_m(v, 1, 6)$

Análise

Comparações

$C(n)$: núm. comparações do Mergesort ($Ordena_M$) em vetores de tamanho n .

$$C(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n \leq 1 \\ C(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + C(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + C_I(n), & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

onde, $C_I(n) = n$. Assim,

Teorema. *A relação de recorrência:*

$$C(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n \leq 1 \\ C(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + C(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + n, & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

tem como solução $C(n) \approx n \log_2 n$.

A solução da recorrência acima é complicada (vista em Análise de Algoritmos). Mas, supondo simplificações, podemos resolvê-la.

Simplificação: Supor que n é potência de 2, ou seja, $n = 2^k$.

A simplificação serve para tirar pisos e tetos. Assim, a recorrência simplificada é

$$C(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n \leq 1 \\ 2C\left(\frac{n}{2}\right) + n, & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

Resolver a recorrência com os alunos no quadro.