

Introdução a Teoria da Computação  
Lista 0 de Exercícios adicionais para prova 2 - **Soluções**

**Exercício 1:**

Considere a gramática  $G$  abaixo:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASB \mid \epsilon \\ A &\rightarrow aAb \mid \epsilon \\ B &\rightarrow bBa \mid ba \end{aligned}$$

a. Mostre uma derivação mais a esquerda da palavra  $aabbba$ .

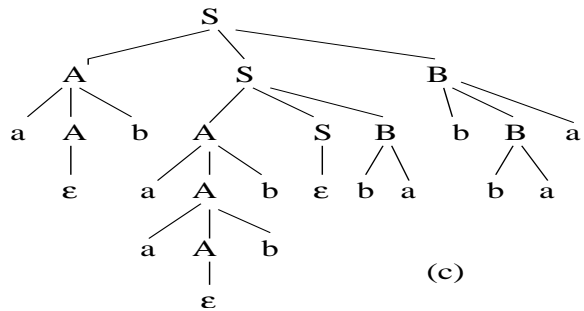
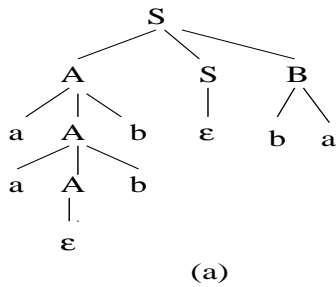
$$S \Rightarrow ASB \Rightarrow aAbSB \Rightarrow aaAbbSB \Rightarrow aabbSB \Rightarrow aabbB \Rightarrow aabbba$$

b. Quantos passos de derivação tem o item (a). **Resp:** 6

c. Mostre uma derivação mais a direita da palavra  $abaabbabbbaa$ .

$$S \Rightarrow ASB \Rightarrow ASbBa \Rightarrow ASbbaa \Rightarrow AASBbbaa \Rightarrow AASbabbbaa \Rightarrow AAbabbbaa \Rightarrow AaAbbabbaa \Rightarrow AaaAbbbabbbaa \Rightarrow Aaabbabbbaa \Rightarrow aAbaabbabbbaa \Rightarrow abaabbabbbaa$$

d. Construa a árvore de derivação dos itens (a) e (c).



e. Qual a linguagem definida pela gramática ( $L(G)$ ) ?

$$L_1^n \cdot L_2^n, \text{ onde } n \geq 0, L_1 = \{a^i b^i \mid i \geq 0\} \text{ e } L_2 = \{b^j a^j \mid j > 0\}$$

**Exercício 2:**

Escreva uma gramática para cada uma das linguagens abaixo:

- $(0 + 1)^*$   
Resp:  $S \rightarrow 0S \mid 1S \mid \epsilon$
- $(0 + 1)(00 + 1)^*$   
Resp:  $S \rightarrow 0A \mid 1A$   
 $A \rightarrow 00A \mid 1A \mid \epsilon$
- $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$   
Resp:  $S \rightarrow aSb \mid \epsilon$
- $\{a^m b^n \mid 1 \leq m \leq n \leq 2m\}$   
Resp:  $S \rightarrow aSb \mid aSbb \mid ab \mid abb$
- $\{a^n b^n \mid n \geq 1\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$   
Resp:  $S \rightarrow A \mid B$   
 $A \rightarrow aAb \mid ab$   
 $B \rightarrow aBbb \mid abb$

**Exercício 3:**

Escreva uma expressão regular que denote as linguagens abaixo.

Construa uma gramática linear a direita que defina as linguagens descritas nos itens a e b.

- a.  $\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{todo } a \text{ é imediatamente precedido e imediatamente seguido de um } b\}$   
 Resp:  $(b(ab)^*)^*$  ou  $\epsilon + b(b + ab)^*$
- b.  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem } abab \text{ como substring}\}$   
 Resp:  $(a + b)^* abab (a + b)^*$

- a.  $\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{todo } a \text{ é imediatamente precedido e imediatamente seguido de um } b\}$

Resp:  $S \rightarrow \epsilon \mid bA$   
 $A \rightarrow bA \mid aB \mid \epsilon$   
 $B \rightarrow bA$

- b.  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem } abab \text{ como substring}\}$

Resp:  $S \rightarrow bS \mid aA$   
 $A \rightarrow bB \mid aA$   
 $B \rightarrow aC \mid bS$   
 $C \rightarrow bD \mid aA$   
 $D \rightarrow \epsilon \mid aD \mid bD$

**Exercício 4:**

Considere a gramática  $G$  abaixo.

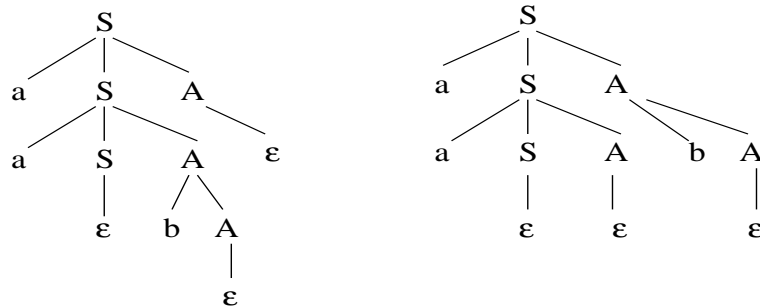
$S \rightarrow aSA \mid \epsilon$   
 $A \rightarrow bA \mid \epsilon$

- a. Construa uma expressão regular que defina  $L(G)$ .

Resp:  $(\epsilon + aa^*b^*)$

- b. Mostre que  $G$  é ambígua.

Resp: basta mostrar duas árvores de derivação distintas para a mesma palavra (no exemplo,  $aab$ ).



- c. Construa uma gramática não ambígua equivalente a  $G$ .

$S \rightarrow aAB \mid \epsilon$   
 $A \rightarrow aA \mid \epsilon$   
 $B \rightarrow bB \mid \epsilon$

**Exercício 5:**

Mostre que todos os símbolos da gramática  $G$  abaixo são úteis. Construa uma gramática equivalente  $G_c$  sem transições em cadeia. Mostre que  $G_c$  contém símbolos inúteis.

$G: S \rightarrow A \mid CB$   
 $A \rightarrow C \mid D$   
 $B \rightarrow bB \mid b$   
 $C \rightarrow cC \mid c$   
 $D \rightarrow dD \mid d$

Símbolos que geram palavras (seqüências de terminais):

$$V' = \{B, C, D\} \cup \{S, A\} = \{S, A, B, C, D\}$$

Símbolos que podem ser gerados a partir de  $S$  em uma derivação:

$$V'' = \{S, A, C, B\} \cup \{D\} = \{S, A, B, C, D\}$$

Eliminação de regras em cadeia:

$$enc_S = \{S, A, C, D\}$$

$$enc_A = \{A, C, D\}$$

$$enc_B = \{B\}$$

$$enc_C = \{C\}$$

$$enc_D = \{D\}$$

$$S \rightarrow cC \mid c \mid dD \mid d \mid CB$$

$$A \rightarrow cC \mid c \mid dD \mid d$$

$$B \rightarrow bB \mid b$$

$$C \rightarrow cC \mid c$$

$$D \rightarrow dD \mid d$$

Símbolos que geram palavras (seqüências de terminais):

$$V' = \{B, C, D\} \cup \{S, A\} = \{S, A, B, C, D\}$$

Símbolos que podem ser gerados a partir de  $S$  em uma derivação:

$$V'' = \{S, C, D, B\}$$

Símbolos inúteis =  $\{A\}$

### Exercício 6:

A gramática  $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c, d, e\}, P, S)$ , com as produções  $P$  listadas abaixo, possui transições epsilon. Escreva uma gramática equivalente sem transições epsilon.

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow AB & B \rightarrow CA & D \rightarrow dS \\ S \rightarrow bB & B \rightarrow b & D \rightarrow BaC \\ A \rightarrow DA & B \rightarrow C & D \rightarrow eb \\ A \rightarrow a & C \rightarrow c & \\ A \rightarrow \epsilon & C \rightarrow \epsilon & \end{array}$$

Resp:

$$E_0 = \{A, C\}$$

$$E_1 = \{A, C\} \cup \{B\} = \{A, B, C\}$$

$$E_2 = \{A, B, C\} \cup \{S, B\} = \{S, A, B, C\}$$

$$E_3 = \{S, A, B, C\}$$

$$S \rightarrow \epsilon \mid AB \mid A \mid B \mid bB \mid b$$

$$A \rightarrow DA \mid D \mid a$$

$$B \rightarrow CA \mid C \mid A \mid b$$

$$C \rightarrow c$$

$$D \rightarrow dS \mid d \mid BaC \mid aC \mid Ba \mid a \mid eb$$

### Exercício 7:

Considere a gramática  $G$  abaixo.

$$\begin{array}{ll} E \rightarrow E \vee T & E \rightarrow T \\ T \rightarrow T \wedge F & T \rightarrow F \\ F \rightarrow a & F \rightarrow (E) \end{array}$$

onde  $\Sigma = \{\vee, \wedge, (, ), a\}$ . Construa a árvore sintática para as palavras  $a \wedge a \vee a$  e  $a \wedge (a \vee a)$ . Construa uma gramática equivalente  $G'$  sem produções em cadeia.

$$I_{E,0} = \{T\}$$

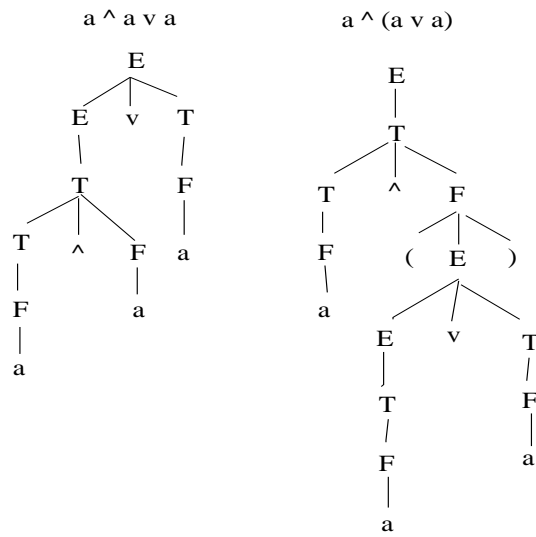
$$I_{E,1} = \{T\} \cup \{F\} = \{T, F\}$$

$$I_{E,2} = \{T, F\} \cup \{F\} = \{T, F\}$$

$$I_{T,0} = \{F\}$$

$$E \rightarrow E \vee T \mid T \wedge F \mid a \mid (E)$$

$$T \rightarrow T \wedge F \mid a \mid (E)$$



$F \rightarrow a \mid (E)$

**Exercício 8:**

Considere a gramática  $G = (\{S\}, \{p, q, \sim, [, ], \supset\}, P, S)$  com as produções  $P$  listadas abaixo. Construa uma gramática equivalente na forma normal de Chomsky.

$$S \rightarrow \sim S \mid [S \supset S] \mid p \mid q$$

Resp:

$$S \rightarrow NS \mid XF \mid p \mid q$$

$$N \rightarrow \sim$$

$$A \rightarrow [$$

$$F \rightarrow ]$$

$$I \rightarrow \supset$$

$$X \rightarrow YS$$

$$Y \rightarrow ZI$$

$$Z \rightarrow AS$$