CI059 - Introdução a Teoria da Computação
Solução da Lista 3 adicional de Exercícios para a prova 2

.

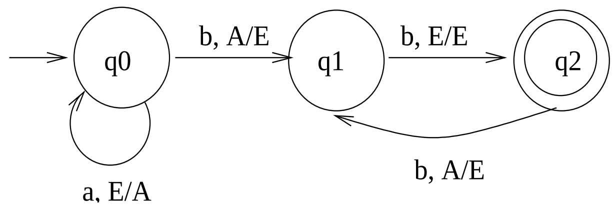
Exercício 1:
Utilizando o algoritmo de transformação apresentado em sala de aula, construa o autômato de pilha que reconhece a linguagem gerada pela gramática abaixo:

$$S \to aABA \mid aBB \mid \epsilon$$
$$A \to bA \mid b$$
$$B \to cB \mid c$$

Mostre com uma sequencia de movimentos e configurações instantâneas de seu PDA que a palavra abbb não é aceita (pelo PDA).
Mostre com uma sequencia de movimentos e configurações instantâneas de seu PDA que a palavra abbcb é aceita (pelo PDA).

Resp: deixado para o aluno fazer

Exercício 2:
Considere o autômato com pilha M abaixo.



a. Qual a linguagem aceita por M ?
Resp: $\{a^n b^{2n} \mid n > 0\}$

Exercício 3:
Use o *pumping lemma* para linguagens livres de contexto para provar que a linguagem $\{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \geq 0\}$ não é livre de contexto.

Resp: Seja $L = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \geq 0\}$. Suponha que L seja livre de contexto. Considere a palavra $z = a^k b^k c^k d^k$, onde k é a constante do Pumping Lemma. Particione z em $uvwxy$, tal que as condições do lema sejam satisfeitas. Como $|vwx| \leq k$ não é possível que vx contenha duas letras não consecutivas (por exemplo, a's e c's ou a's e d's) porque elas estão $k+1$ posições distantes uma da outra. Se v e x contiverem apenas a's, então $z' = uv^0wx^0y$ tem k b's, k c's, k d's, mas menos a's, uma vez que $|vx| \geq 1$. Portanto $z' \notin L$, uma contradição. Os casos em que vx contém apenas b's, c's, e d's é semilar.

Se vx contiver a's e b's então $z' = uv^0wx^0y$ contém menos a's e b's que c's e d's e portanto $z' \notin L$. No caso de vx conter b's e c's ou c's e d's encontramos uma contradição da mesma forma.

Como em todos os particionamento possíveis encontramos uma contradição, podemos concluir que L não é livre de contexto.

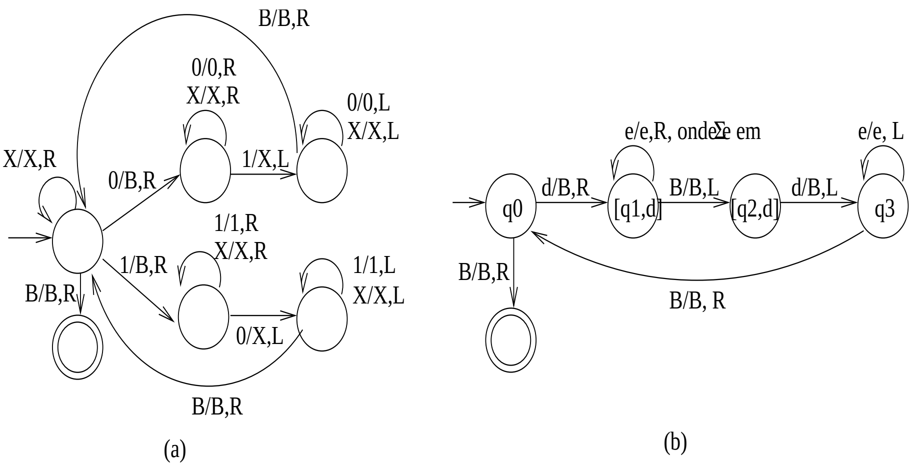
Exercício 4:
Prove que a linguagem $\{a^n b^k c^l d^m \mid n + l = k + m\}$ é livre de contexto.
Resp: Construir um autômato com pilha que reconheça a linguagem. Idéia:

1. ler n a's e empilhas n A's.
2. ler k b's, desempilhar k A's e se $k > n$, empilhar $k - n$ B's.
3. ler c's, desempilhar todos os B's e empilhar os C's restantes.

4. ler d's, desempilhar A's e C's - rejeitar a palavra se encontrar B's na pilha.
5. se a palavra pertence a L, a pilha deve estar vazia.

Exercício 5:
Construa uma máquina de Turing para cada um dos itens abaixo.

a. que reconheça a linguagem $\{w \in \{0,1\} \mid \#0's = \#1's\}$
b. que reconheça a linguagem $\{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$



Mostre com uma sequencia de movimentos e configurações instantâneas de sua TM (do item a) que a palavra 01001 não é aceita (pela TM a).
Mostre com uma sequencia de movimentos e configurações instantâneas de sua TM (do item b) que a palavra 100001 é aceita (pela TM b).

Resp: para o aluno fazer